Exercice 1 (7 points)

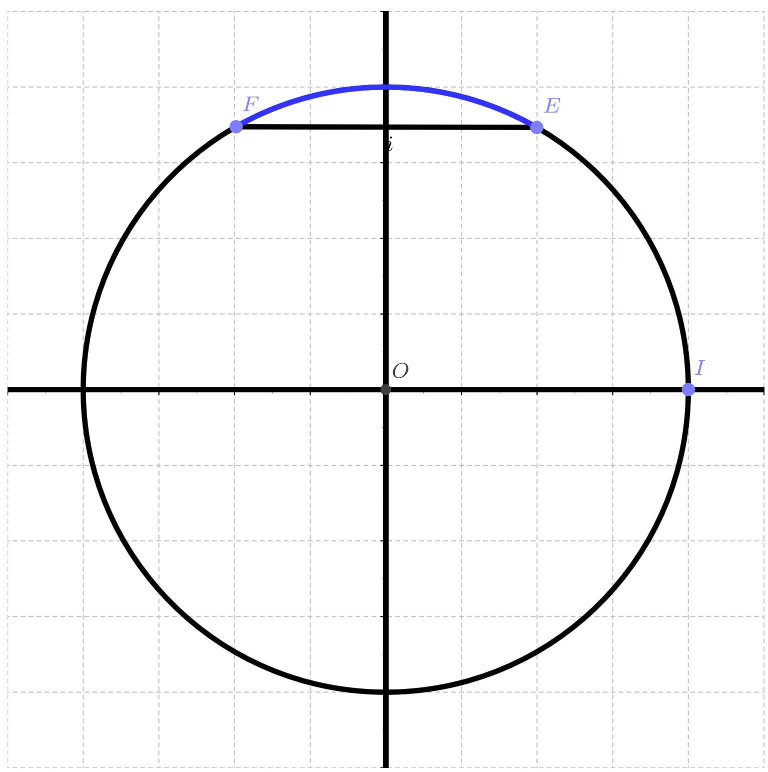
1. *Dans le cercle ci-dessous , placer les points A et B tels que* $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OA}\right)=\dfrac{5\pi}{4}$ *rad et* $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OB}\right)=-\dfrac{5\pi}{6}$ *rad (on laissera les traits de construction apparents)*

2. *Déterminer* $x\in[0;\pi]$ *tel que* $cosx=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

   Cette valeur de cosinus correspond à la "famille" des $\dfrac{\pi}{4}$ *. En utilisant le cercle trigonométrique ci-dessous , ce sont donc les points A et C . Mais on travaille dans l'intervalle représenté en jaune , la solution est donc seulement le point C*

   Conclusion : $x=\dfrac{3\pi}{4}$

3. *Résoudre dans* $]-\pi;\pi]$ *:* $sinx\geq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



   $x\in\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{2\pi}{3}\right]$

4. *Déterminer* $x\in[0;2\pi[$ *tel que* $cos^2x-\dfrac{11}{2}cosx+\dfrac{5}{2}=0$

   On pose $X=cosx$ *, on doit donc résoudre :* $X^2-\dfrac{11}{2}X+\dfrac{5}{2}=0$

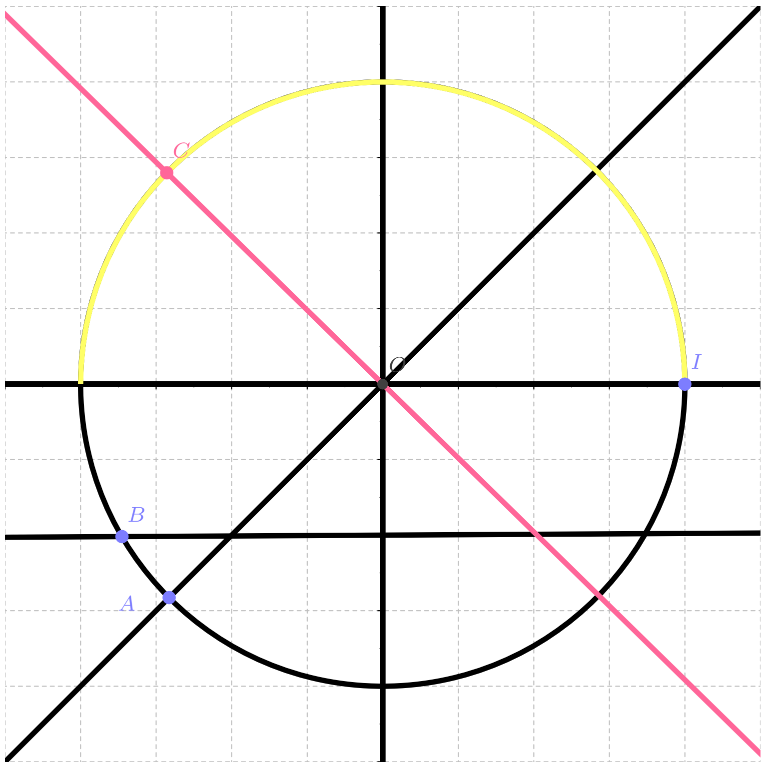
   $\Delta=\dfrac{121}{4}-10=\dfrac{81}{4}$

$X_1 = \dfrac{\dfrac{11}{2} + \dfrac{9}{2}}{2} = 5$

$X_2 = \dfrac{\dfrac{11}{2} - \dfrac{9}{2}}{2} = \dfrac{1}{2}$

On a donc $cosx = 5$ *pas de solution*

Ou $cosx = \dfrac{1}{2}$ *donc* $x = \dfrac{\pi}{3}$ *ou* $x = \dfrac{5\pi}{3}$



Exercice 2 (6 points)

Soient deux suites (u_n) *et* (v_n) *définies par :* $u_0 = 5$, $u_{n+1} = -3u_n + 12$ *et* $v_n = u_n - 3$

1. *Déterminer la nature de la suite* (v_n) *et préciser ses éléments caractéristiques*

   $v_{n+1} = -3u_n + 12 - 3 = -3u_n + 9 = -3v_n$

   La suite (v_n) *est donc géométrique de premier terme* $v_0 = 2$ *et de raison -3*

2. *Exprimer* v_n *en fonction de n*

   $v_n = 2(-3)^n$

3. *En déduire l'expression de* u_n *en fonction de n*

   $u_n = 2(-3)^n + 3$

4. *Etudier les variations de* (u_n)

   $u_{n+1} - u_n = 2(-3)^{n+1} - 2(-3)^n = 2(-3)^n(-4)$

Le signe de cette expression change selon la parité de la puissance donc la suite n'est pas monotone .

Exercice 3 (7 points)
Soit la fonction f définie sur [0;10] par $f(x) = \dfrac{x-5}{x+3}$

1. *Calculer f'(x)*

   $f'(x) = \dfrac{x+3-x+5}{(x+3)^2} = \dfrac{8}{(x+3)^2}$

2. *Déterminer la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1*

   $y = \dfrac{1}{2}(x-1) - 1$ *donc* $T : y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$

3. *Déterminer les variations de f*

   $f'(x) > 0$ *donc f est croissante*

4. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   $f(x) = 0 \iff x - 5 = 0 \iff x = 5$

5. *Tracer T et la courbe de f*