DS 7 spécialité maths première 14 mars 2022

Exercice 1 (7 points)

Dans un repère orthonormé , on donne les points A(3;-3) , B(7;1) et C(12;-4)

1. *Calculer* $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$ *. En déduire la valeur , en degrés , de l'angle* $\widehat{BAC}$

   $\overrightarrow{AB}(4;4)$

   $\overrightarrow{AC}(9;-1)$

   $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=36-4=32$

   De plus , $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=AC\times AB\times cos(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$ *donc*

   $cos(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=\dfrac{32}{\sqrt{32}\times\sqrt{82}}$

   En utilisant la calculatrice , on obtient : $\widehat{BAC}=51,3$ *degrés .*

2. *Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B .*

   $\overrightarrow{BC}(5;-5)$

   $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}=20-20=0$ *donc (AB) et (BC) sont perpendiculaires .*

3. *Déterminer les coordonnées de D tel que ABCD est un parallélogramme*

   ABCD est un parallélogramme $\iff\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

   Posons D(x;y) .

   On a donc : $12-x=4$ *et* $-4-y=4$ *donc* $x=8$ *et* $y=-8$ *. D(8;-8)*

4. *Démontrer que ABCD est un rectangle .*

   ABCD est un parallélogramme avec un angle droit puisque ABC est rectangle en B , c'est donc un rectangle .

Exercice 2 (6 points)

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0=65$ *et pour tout entier naturel n :* $u_{n+1}=0,8u_n+18$.

1. $u_1=0,8u_0+18=0,8\times65+18=52+18=70$ *et* $u_2=0,8u_1+18=0,8\times70+18=56+18=74$.

2. *Pour tout entier naturel* n*, on pose :* $v_n=u_n-90$*; donc* $u_n=v_n+90$.

   (a) $v_{n+1}=u_{n+1}-90=0,8u_n+18-90=0,8\,(v_n+90)-72=0,8v_n+72-72=0,8v_n$
   $v_0=u_0-90=65-90=-25$.
   Donc la suite (v_n) *est géométrique de raison* $q=0,8$ *et de premier terme* $v_0=-25$.

   (b) *La suite* (v_n) *est géométrique de raison* $q=0,8$ *et de premier terme* $v_0=-25$ *donc, pour tout entier naturel* n*,* $v_n=v_0\times q^n=-25\times0,8^n$.
   Or $u_n=v_n+90$ *donc, pour tout entier naturel* n*,* $u_n=90-25\times0,8^n$.

3. *On considère l'algorithme ci-dessous :*

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que ....
ligne 4	$n \leftarrow n+1$
ligne 5	$u \leftarrow 0,8 \times u + 18$
ligne 6	*Fin Tant que*

(a) *Pour que l'algorithme détermine le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 85$, il faut le faire tourner tant que u_n est strictement inférieur à 85; la ligne 3 est donc:*

ligne 3	Tant que $u < 85$

(b) *En calculant à la calculatrice les termes successifs de la suite (u_n), on trouve (valeurs arrondies au dixième):*

0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
65	*70*	*74*	*77,2*	*79,8*	*81,8*	*83,4*	*84,8*	*85,8*

La valeur de n à la fin de l'exécution de l'algorithme est donc 8.

Exercice 3 (6 points)

Soit la fonction f définie sur [-5;1] par $f(x) = (3x+2)e^x$

1. *Calculer f'(x)*

   $f'(x) = 3e^x + (3x+2)e^x = e^x(3x+5)$

2. *Déterminer la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0*

   $y = 5x + 2$

3. *Déterminer les variations de f*

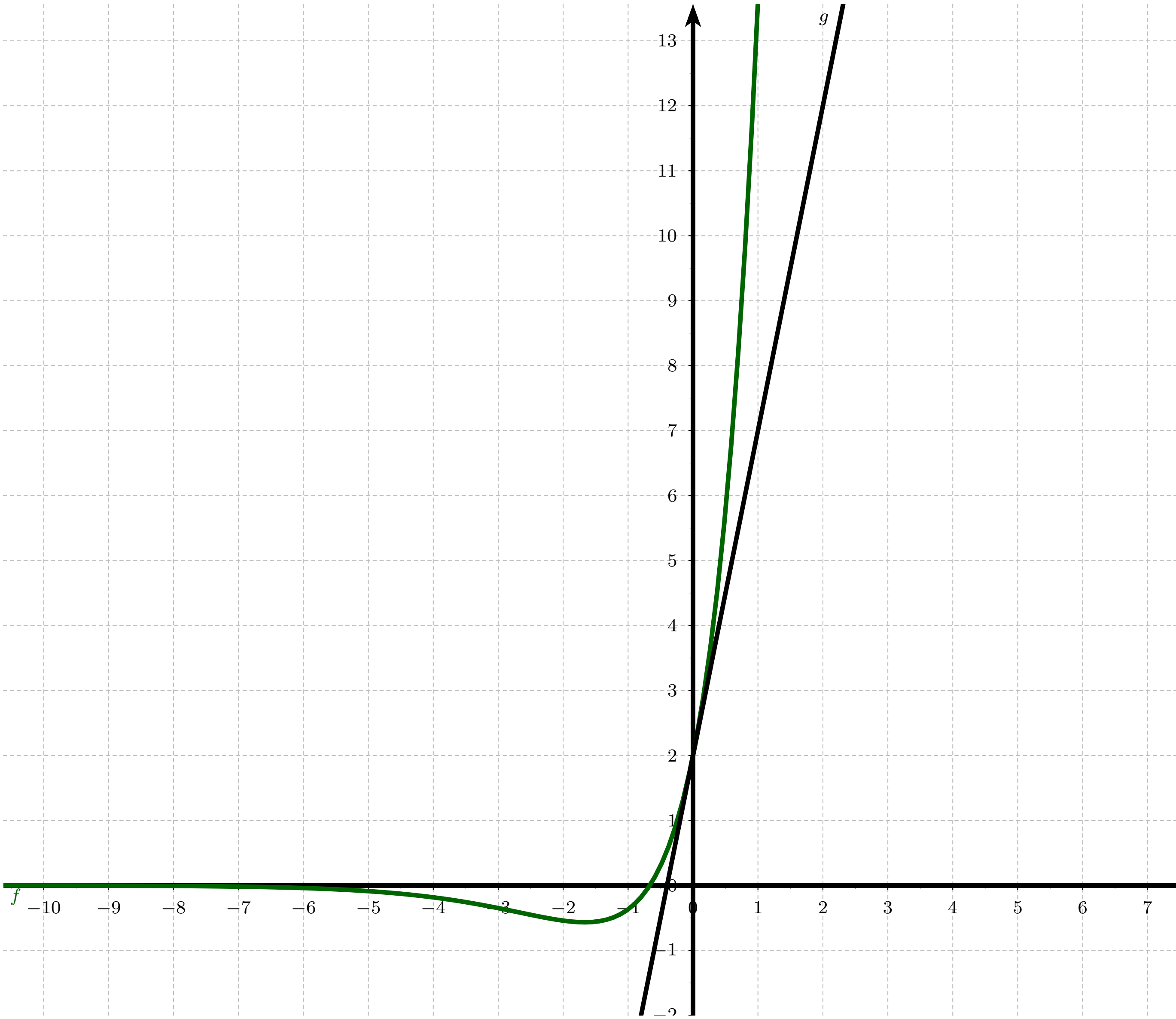
   $e^x > 0$ *donc f'(x) est du signe de* $3x+5$

x	-5		$-\frac{5}{3}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-13e^{-5}$		$-3e^{-\frac{5}{3}}$		$5e$

4. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   $$(3x+2)e^x = 0 \iff 3x+2=0 \iff x = -\frac{2}{3}$$

5. *Tracer T et la courbe de f*


g
f
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−10
−9
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7