

Exercice 1 (10 points)

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique donné en annexe sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.

On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.

Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

Partie A lecture graphique

Répondre aux questions suivantes en vous aidant du graphique de l'annexe .

1. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140 000 euros ?
2. Combien de produits doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

Partie B étude du bénéfice

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0 ; 7]$ par

$$R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x,$$

- les coûts par la fonction C définie sur $[0 ; 7]$ par

$$C(x) = 20x + 10.$$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués.
En déduire le bénéfice correspondant.
2. On note B la fonction bénéfice.
Donner l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
3. Vérifier que $B'(x) = -6x^2 + 9x + 42$ où B' désigne la fonction dérivée de la fonction B .
4. Étudier le signe de $B'(x)$. Donner le tableau de variations de B .
5. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de produits à fabriquer pour l'obtenir.

Exercice 2 (10 points)

L'entreprise PiscinePlus, implantée dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, 12% de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.

En 2015, l'entreprise PiscinePlus dénombrait 75 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise PiscinePlus l'année 2015 + n . Ainsi, on a $u_0 = 75$.

1. (a) Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.
 (b) Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$.
2. L'entreprise PiscinePlus peut prendre en charge un maximum de 100 contrats avec son nombre actuel de salariés. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche à connaître en quelle année l'entreprise devra embaucher. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3		Traitement: Affecter à n la valeur 0
L4		Affecter à U la valeur 75
L5		Tant que $U \leq 100$ faire
L6		n prend la valeur $n + 1$
L7		U prend la valeur $1,12U - 6$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher ...

- (a) Recopier et compléter la ligne L9.
- (b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour permettre la réalisation de l'algorithme ci-dessus. On arrondira les résultats à l'unité.

Valeur de n	0		
Valeur de U	75		

- (c) Donner la valeur affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme puis interpréter cette valeur dans le contexte de cet exercice.
3. On rappelle que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 1,12u_n - 6$ et $u_0 = 75$.
 On pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 50$.
 - (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.
 - (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 25 \times 1,12^n + 50$.
 - (c) Déterminer n tel que $u_n > 100$.

