

Exercice 1 (10 points)

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 350 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = 0,5u_n + 100.$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par:

$$w_n = u_n - 200.$$

- (a) Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- (b) Démontrer que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 200 + 150 \times 0,5^n.$$

Partie B

Une commune propose aux enfants d'adhérer à une association sportive. Au premier septembre 2015 le nombre d'enfants inscrits dans cette association est 500 dont 350 filles.

Les statistiques relatives aux années précédentes nous amènent, pour l'évolution du nombre d'adhérents lors des prochaines années à la modélisation suivante :

- Chaque année, la moitié des filles inscrites l'année précédente ne renouvellent pas leur inscription ; par ailleurs l'association accueille chaque année 100 nouvelles filles.
- D'une année à l'autre, le nombre de garçons inscrits à l'association augmente de 10 %.

1. On représente l'évolution du nombre de filles inscrites dans ce club par une suite (F_n) où F_n désigne le nombre de filles adhérentes à l'association en l'année 2015 + n . On a donc $F_0 = 350$.

Pour tout entier naturel n , exprimer F_{n+1} en fonction de F_n .

2. On représente l'évolution du nombre de garçons inscrits dans ce club par une suite (G_n) , où G_n désigne le nombre de garçons adhérents à l'association l'année 2015 + n .
 - (a) Pour tout entier naturel n , exprimer G_n en fonction de n .
 - (b) À partir de quelle année le club comptera-t-il plus de 300 garçons ?

3. On souhaite savoir à partir de quelle année le nombre de garçons, dans cette association, va dépasser celui des filles. On propose l'algorithme suivant :

Initialisation
 Affecter à n la valeur 0
 Affecter à G la valeur 150
 Affecter à F la valeur 350

Traitement

Tant que $G \leq F$
 n prend la valeur $n + 1$
 G prend la valeur $1,1G$
 F prend la valeur $0,5F + 100$
 Fin tant que

Sortie Afficher le nombre n

(a) Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	...	
Valeur de G	150	
Valeur de F	350			
Condition $G \leq F$	vrai	...		

(b) En déduire l'affichage obtenu, puis répondre au problème posé.

Exercice 2 (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (3x - 5)(x^2 - 4x + 8)$

1. Déterminer $f'(x)$
2. Dresser le tableau de variations de f
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0
4. Déterminer la position relative de la courbe de f avec cette tangente

Exercice 3 (5 points)

1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessous le point A tel que $(\vec{OI}; \vec{OA}) = \frac{\pi}{3}$ rad
 et le point B tel que $(\vec{OI}; \vec{OB}) = \frac{4\pi}{3}$ rad
2. Donner $\sin \frac{4\pi}{3}$
3. Déterminer x tel que $x \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi[$ et $\cos x = \frac{1}{2}$
4. Déterminer $\sin x$ si $x \in [\pi; \frac{3\pi}{2}[$ et $\cos x = -0,4$

