Exercice 1 (10 points)
Partie A

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 350$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,5u_n + 100$.

1. $u_1 = 0,5 \times 350 + 100 = 275$ *et* $u_2 = 0,5 \times 275 + 100 = 237,5$.

2. *On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = u_n - 200$.*

   Donc, pour tout n, $u_n = w_n + 200$.

   (a) $w_{n+1} = u_{n+1} - 200 = 0,5u_n + 100 - 200 = 0,5\,(w_n + 200) - 100 = 0,5w_n + 100 - 100 = 0,5w_n$

   $w_0 = u_0 - 200 = 350 - 200 = 150$

   Donc la suite (w_n) est géométrique de raison $q = 0,5$ et de premier terme $w_0 = 150$.

   On en déduit que, pour tout n, $w_n = w_0 \times q^n = 150 \times 0,5^n$.

   (b) *On a à la fois $w_n = 150 \times 0,5^n$ et $u_n = w_n + 200$ donc on peut en conclure que, pour tout entier naturel n, $u_n = 200 + 150 \times 0,5^n$.*

Partie B

Une commune propose aux enfants d'adhérer à une association sportive. Au premier septembre 2015 le nombre d'enfants inscrits dans cette association est 500 dont 350 filles.

Les statistiques relatives aux années précédentes nous amènent, pour l'évolution du nombre d'adhérents lors des prochaines années à la modélisation suivante:

- *Chaque année, la moitié des filles inscrites l'année précédente ne renouvellent pas leur inscription ; par ailleurs l'association accueille chaque année 100 nouvelles filles.*
- *D'une année à l'autre, le nombre de garçons inscrits à l'association augmente de 10 %.*

1. *On représente l'évolution du nombre de filles inscrites dans ce club par une suite (F_n) où F_n désigne le nombre de filles adhérentes à l'association en l'année $2015 + n$. On a donc $F_0 = 350$.*

   La moitié des filles ne renouvellent pas leur inscription d'une année sur l'autre donc il faut multiplier le nombre de filles l'année n par 0,5 pour avoir le nombre de filles qui renouvellent leur inscription. De plus chaque année l'association accueille 100 nouvelles filles donc il faudra rajouter 100 pour obtenir le nombre de filles l'année $n + 1$.

   Autrement dit, pour tout n, $F_{n+1} = 0,5F_n + 100$.

2. *On représente l'évolution du nombre de garçons inscrits dans ce club par une suite (G_n), où G_n désigne le nombre de garçons adhérents à l'association l'année $2015 + n$.*

(a) *D'après le texte,* $G_0 = 500 - 350 = 150$.
Augmenter de 10 %, c'est multiplier par 1,1 donc, pour tout n, $G_{n+1} = 1,1G_n$.
La suite (G_n) *est donc une suite géométrique de raison* $q = 1,1$ *et de premier terme* $G_0 = 150$ *donc, pour tout* n, $G_n = G_0 \times q^n = 150 \times 1,1^n$.

(b) *On cherche* n *tel que* $G_n > 300$*; on résout cette inéquation: c'est à partir de 8, c'est-à-dire de l'année* $2015 + 8 = 2023$ *que le nombre de garçons dépassera 300.*

3. *On souhaite savoir à partir de quelle année le nombre de garçons, dans cette association, va dépasser celui des filles. On propose l'algorithme suivant:*

Initialisation
Affecter à n *la valeur 0*
Affecter à G *la valeur 150*
Affecter à F *la valeur 350*
Traitement
Tant que $G \leqslant F$
n *prend la valeur* $n + 1$
G *prend la valeur* $1,1G$
F *prend la valeur* $0,5F + 100$
Fin tant que
Sortie
Afficher le nombre n

(a) *On complète le tableau suivant (résultats arrondis à l'unité):*

Valeur de n	0	1	2	3	4
Valeur de G	150	165	182	200	220
Valeur de F	350	275	238	219	209
Condition $G \leqslant F$	vrai	vrai	vrai	vrai	**faux**

(b) *L'affichage obtenu est donc 4 ce qui signifie qu'en 2019 le nombre de garçons aura dépassé le nombre de filles dans le club.*

Exercice 2 (5 points)

1. $f'(x) = 3(x^2 - 4x + 8) + (3x - 5)(2x - 4) = 9x^2 - 34x + 44$

2. *Etudions le signe de f'(x) .*

   $\Delta = -428 < 0$ *donc f' est toujours positive et la fonction f est croissante*

3. $y = f'(0)(x - 0) + f(0) \iff y = 44x - 40$

4. *Soit* $g(x) = f(x) - (44x - 40) = 3x^3 - 17x^2 = x^2(3x - 17)$

   Donc g *est du signe de* $3x - 17$.

   La courbe de f *est donc en dessous de sa tangente sur* $]-\infty; \frac{17}{3}]$ *et au dessus sur* $[\frac{17}{3}; +\infty[$

Exercice 3 (5 points)

1. *voir graphique*

2. $sin\dfrac{4\pi}{3} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3. $x = \dfrac{5\pi}{3}$

4. $cos^2x + sin^2x = 1 \iff sinx = \sqrt{1-0,4^2}$ *ou* $sinx = -\sqrt{1-0,4^2}$

   Or $x \in [\pi; \dfrac{3\pi}{2}[$ *donc sin x < 0 et* $sinx = -0,92$