

Exercice 1 (10 points)

Pour jouer sur internet à un certain jeu la souscription d'un abonnement annuel est obligatoire.

À partir d'un sondage, on prévoit que :

- 80 % des abonnés renouvellent chaque année leur abonnement,
- le nombre de nouveaux abonnés sera de 20 000 tous les ans.

1. Au premier janvier 2012, on comptait 50 000 abonnés à ce jeu en ligne.

Selon ce modèle, justifier qu'au premier janvier 2013 le nombre d'abonnés sera égal à 60 000.

2. (a) Justifier que le nombre d'abonnés au premier janvier de l'année 2012 + n est modélisé par la suite (a_n) définie par:

$$\begin{cases} a_0 & = & 50\,000 \\ a_{n+1} & = & 0,8a_n + 20\,000 \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n$$

(b) Calculer a_2 et a_3 .

(c) Sur le graphique situé en annexe, à rendre avec la copie, on a représenté dans le plan muni d'un repère orthonormal les droites D d'équation $y = x$ et Δ d'équation $y = 0,8x + 20\,000$.

Sur l'axe des abscisses, représenter a_0 puis construire a_1, a_2, a_3, a_4 en utilisant les représentations graphiques des deux droites précédentes.

Laisser apparents les traits de construction.

(d) En s'appuyant sur une observation graphique, émettre une conjecture sur la limite de la suite (a_n) .

3. On définit la suite (u_n) par $u_n = a_n - 100\,000$

(a) Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme .

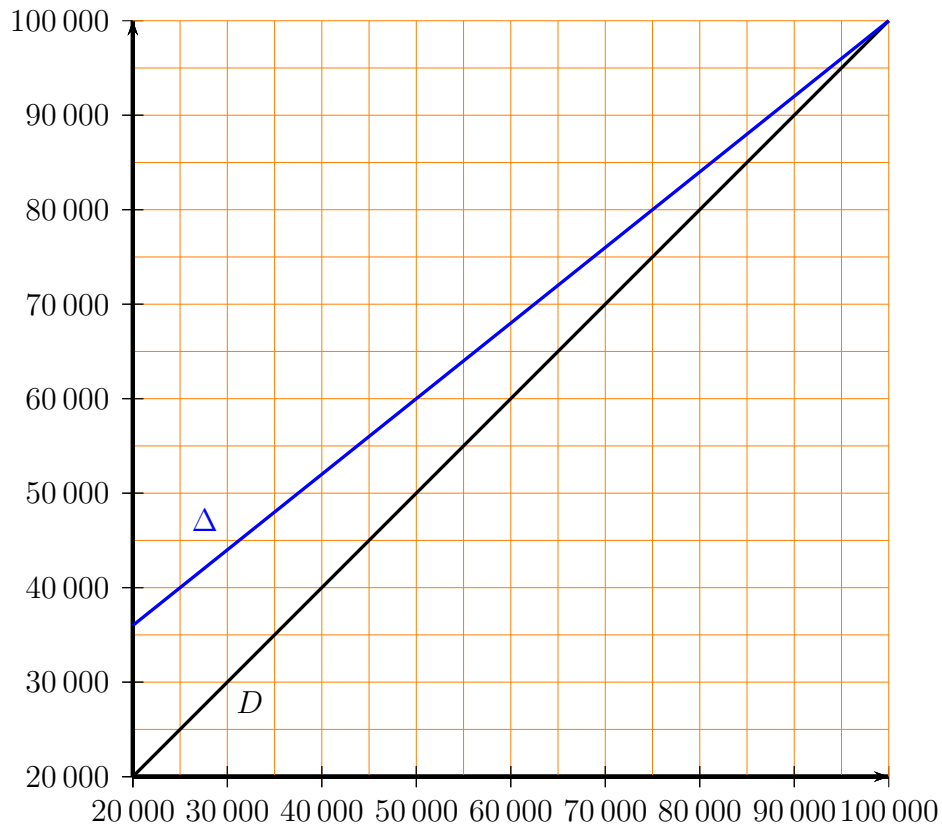
(b) Déterminer l'expression de u_n en fonction de n

(c) En déduire l'expression de a_n en fonction de n .

(d) Déterminer la limite de la suite (a_n) .

(e) Donner une estimation de l'année à partir de laquelle, au premier janvier, le nombre d'abonnés à ce jeu sera supérieur à 95 000.

Annexe de l'exercice 2 (spécialité) à rendre avec la copie



Exercice 2 (10 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + 12$

1. Déterminer $f'(x)$
2. Déterminer a , b et c tels que $f'(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$
3. Résoudre $f'(x) > 0$
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 .
5. Tracer la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[-2;3]$ ainsi que sa tangente au point d'abscisse 0 .