

Exercice 1 (7 points)

Dans une ville, un opéra décide de proposer à partir de 2014 un abonnement annuel pour ses spectacles.

L'évolution du nombre d'abonnés d'une année à la suivante est modélisée par le directeur de l'opéra qui prévoit que 75 % des personnes abonnées renouvelleront leur abonnement l'année suivante et qu'il y aura chaque année 300 nouveaux abonnés.

Ainsi, pour tout entier naturel n , u_n modélise le nombre d'abonnés pour l'année $(2014+n)$.
 Pour l'année 2014, il y a 500 abonnés, autrement dit $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 . Arrondir à l'entier.
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 300$.
3. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 1\,200$.
 - (a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,75$ et préciser v_0 .
 - (b) En déduire alors que pour tout entier naturel n , $u_n = -700 \times 0,75^n + 1\,200$.
 - (c) Calculer u_{10} (arrondir à l'entier). Donner une interprétation concrète de la valeur trouvée.
4. On souhaite écrire un algorithme qui permette d'afficher l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnements sera supérieur à 1 190.

On propose trois algorithmes :

Algorithme 1

```
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que U ≤ 1 190
    Affecter à n la valeur n + 1

    Affecter à U la valeur -700 × 0,75^n +
    1 200

Fin Tant que
Affecter à n la valeur n + 2 014
Afficher n
```

Algorithme 2

```
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que U ≤ 1 190
    Affecter à U la valeur -700 × 0,75^n +
    1 200

    Affecter à n la valeur n + 1

Fin Tant que
Affecter à n la valeur n + 2 014
Afficher n
```

Algorithme 3

```
Affecter à n la valeur 0
Affecter à U la valeur 500
Tant que U ≤ 1 190
    Affecter à n la valeur n + 1
    Affecter à U la valeur
    -700 × 0,75^n + 1 200
    Affecter à n la valeur n + 2 014
Fin Tant que
Afficher n
```

Parmi ces trois algorithmes, déterminer lequel convient pour répondre au problème posé et expliquer pourquoi les deux autres ne conviennent pas.

Exercice 2 (8 points)

Dans un lycée un groupe d'élèves participant à un club de presse a réalisé un journal et décidé de l'imprimer pour le vendre.

Les coûts d'impression en euros en fonction du nombre x de journaux sont estimés à l'aide de la fonction C définie par

$$C(x) = 0,005x^2 - 0,6x + 200 \quad \text{pour } x \text{ élément de l'intervalle } [0 ; 500].$$

La courbe représentative de la fonction C est tracée sur l'annexe.

Pour soutenir l'action des élèves du club de presse, le foyer leur donne une subvention de 150 euros On décide alors de fixer le prix de vente du journal à 1,20 euros

En vendant x journaux, les revenus en euros seront donnés par la fonction R définie par :

$$R(x) = 150 + 1,2x \quad \text{pour } x \text{ élément de l'intervalle } [0 ; 500].$$

1. Calculer les revenus correspondant à la vente de 250 journaux.

Tracer sur l'annexe la représentation graphique de la fonction R .

2. À l'aide du graphique déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver le nombre de journaux vendus pour que le club presse du lycée réalise un bénéfice
3. On désigne par B la fonction estimant le bénéfice en euros réalisé par le club presse du lycée pour la vente de x journaux. Montrer que la fonction est définie sur $[0 ; 500]$ par :

$$B(x) = -0,005x^2 + 1,8x - 50.$$

4. Établir le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 500]$
5. (a) Déterminer le nombre de journaux à vendre pour que le bénéfice soit maximal.
(b) Calculer ce bénéfice.

Exercice 3 (5 points)

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AD = 2AB$. On note I le milieu de $[AD]$. Soient les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. On note G le milieu de $[EC]$

1. Faire une figure
2. Exprimer \overrightarrow{AG} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD}
3. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AB})$
 - (a) Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure
 - (b) Démontrer que les droites (AG) et (FE) sont perpendiculaires .

ANNEXE À RENDRE AVEC VOTRE COPIE

