Exercice 1 (5 points)
On donne la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 - 11x^2 + 12x - 4$

1. *Déterminer a , b et c réels tels que :* $f(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$

   $3x^3 - 11x^2 + 12x - 4 = ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$

   Par identification , on a donc : $a = 3$, $b - 2a = -11$, $c - 2b = 12$ *et* $-2c = -4$ *donc* $c = 2$ *et* $b = -5$

   Donc : $f(x) = (x-2)(3x^2 - 5x + 2)$

2. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   Soit $x - 2 = 0 \iff x = 2$

   Soit $3x^2 - 5x + 2 = 0$

   Calculons le discriminant : $\Delta = 1$

   $x_1 = \dfrac{5+1}{6} = 1$ *ou* $x_2 = \dfrac{5-1}{6} = \dfrac{2}{3}$

   Les solutions de $f(x) = 0$ *sont* $x = 2$, $x = 1$ *ou* $x = \dfrac{2}{3}$

3. *Résoudre :* $f(x) \leq 0$ *On fait un tableau de signes :*

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x^2 - 5x + 2$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

   Donc $S =]-\infty; -\dfrac{2}{3}] \cup [1; 2]$

Exercice 2 (5 points)
Résoudre :

1. $\dfrac{x^2 + x - 2}{6x^2 + 3x - 45} \geq 0$

   Etudions le numérateur et le dénominateur séparément :

   $x^2 + x - 2$

   $\Delta = 9$ *donc ce polynôme admet deux racines :* $x_1 = -2$ *et* $x_2 = 1$

   $6x^2 + 3x - 45$

   $\Delta = 1089$ *donc ce polynôme admet deux racines :* $x_3 = -3$ *et* $x_4 = \dfrac{5}{2}$

   On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		-2		1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
x^2+x-2		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$6x^2+3x-45$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Quotient		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

$S =]-\infty;-3[\cup[-2;1]\cup]\frac{5}{2};+\infty[$

2. $2x^4+8x^2-64=0$

   On pose $X = x^2$

   On doit donc résoudre : $2X^2+8X-64=0$

   $\Delta = 576$ *donc il y a deux solutions :* $X_1=-8$ *et* $X_2=4$

   Revenons à notre équation initiale :

   $x^2=-8$ *pas de solution*

   $x^2=4$ *donc* $x_1=2$ *et* $x_2=-2$

   L'équation a donc deux solutions 2 et -2 .

Exercice 3 (5 points)
Déterminer la fonction dérivée de :

1. $f(x)=3x^2+8x-7$

   $f'(x)=6x+8$

2. $g(x)=(5x-7)(6x+8)$

   $g'(x)=5(6x+8)+6(5x-7)=60x-2$

3. $h(x)=\dfrac{5-x}{3x-7}$

   $h'(x)=\dfrac{-(3x-7)-3(5-x)}{(3x-7)^2=}=\dfrac{-8}{(3x-7)^2}$

4. $k(x)=\sqrt{5x-9}$

   $k'(x)=\dfrac{5}{2\sqrt{5x-9}}$

5. $m(x)=\sqrt{\dfrac{2x+9}{x-4}}$

   $m'(x)=\dfrac{2(x-4)-(2x+9)}{(x-4)^2}\times\sqrt{\dfrac{x-4}{2x+9}}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{-17}{(x-4)^2}\times\sqrt{\dfrac{x-4}{2x+9}}\times\dfrac{1}{2}=-\dfrac{17}{2(x-4)\sqrt{(x-4)(2x+9)}}$

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 60x + 20$

1. *Déterminer* $f'(x) = 6x^2 + 18x - 60$
2. *Résoudre* $f'(x) > 0$

   $\Delta = 1764$ *donc* $x_1 = -5$ *et* $x_2 = 2$

   Donc : $S =]-\infty; -5[\cup]2; +\infty[$
3. *Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 .*

   $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ *donc*

   $y = -60x + 20$
4. *Tracer la courbe de la fonction f sur [-8;4].*