



On résout des inéquations , rigoureusement ou à l'aide d'une calculatrice

Astuce

Déterminer le plus petit entier n tel que la condition demandée soit vérifiée.

1. On considère la suite (u_n) définie par

$$3u_n = 9n - 15.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 20$?

2. On considère la suite (u_n) définie par

$$2u_n = 100 - 8n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 10$?

3. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_n = n^2 + 2n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 48$?

4. On considère la suite (u_n) définie par

$$(n + 1)u_n = 2n + 1.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > \frac{3}{2}$?

5. On considère la suite (u_n) définie par

$$(n + 1)u_n = 10.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < \frac{1}{2}$?

6. On considère la suite (u_n) définie par

$$3u_n = 2^n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 100$?



Automatismes : déterminer un seuil



7. On considère la suite (u_n) définie par

$$5u_n = 3^n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 100$?

8. On considère la suite (u_n) définie par

$$(n+2)u_n = 20.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 1$?

9. On considère la suite (u_n) définie par

$$4u_n = 7n + 12.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 20$?

10. On considère la suite (u_n) définie par

$$2u_n = 60 - 6n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 0$?

11. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 4 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n + 6.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 40$?

12. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 50 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n - 7.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 10$?

13. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 3 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 100$?



Automatismes : déterminer un seuil



14. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 200 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 10$?

15. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = -5 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n + 3.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 20$?

16. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n + 2n + 1.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 50$?

17. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 3u_n + 2.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 100$?

18. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 100 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n - 10.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 30$?

19. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n > 1000$?

20. On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 500 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0,8u_n.$$

À partir de quel rang a-t-on $u_n < 10$?



Corrigé

1.

$$3u_n = 9n - 15 \quad \text{donc} \quad u_n = 3n - 5.$$

On cherche

$$3n - 5 > 20.$$

Donc

$$3n > 25 \quad \text{donc} \quad n > \frac{25}{3}.$$

Le plus petit entier convenable est

$$\boxed{n = 9}.$$

Vérification :

$$u_8 = 19 < 20 \quad \text{et} \quad u_9 = 22 > 20.$$

2.

$$2u_n = 100 - 8n \quad \text{donc} \quad u_n = 50 - 4n.$$

On cherche

$$50 - 4n < 10.$$

Donc

$$-4n < -40 \quad \text{donc} \quad n > 10.$$

Le plus petit entier convenable est

$$\boxed{n = 11}.$$

Vérification :

$$u_{10} = 10 \quad \text{et} \quad u_{11} = 6 < 10.$$

3. On cherche

$$n^2 + 2n > 48.$$

Cela revient à

$$n^2 + 2n - 48 > 0.$$



Automatismes : déterminer un seuil



On factorise :

$$(n - 6)(n + 8) > 0.$$

Donc

$$n < -8 \quad \text{ou} \quad n > 6.$$

Comme n est un entier naturel, on obtient

$$n > 6.$$

Le plus petit entier convenable est donc

$$\boxed{n = 7}.$$

4.

$$u_n = \frac{2n + 1}{n + 1}.$$

Comme $n + 1 > 0$,

$$\frac{2n + 1}{n + 1} > \frac{3}{2}$$

équivalent à

$$2(2n + 1) > 3(n + 1).$$

Donc

$$4n + 2 > 3n + 3 \quad \text{donc} \quad n > 1.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 2}.$$

5.

$$u_n = \frac{10}{n + 1}.$$

Comme $n + 1 > 0$,

$$\frac{10}{n + 1} < \frac{1}{2}$$

équivalent à

$$20 < n + 1.$$



Ainsi

$$n > 19.$$

Donc

$$\boxed{n = 20}.$$

6. On cherche

$$\frac{2^n}{3} > 100,$$

soit

$$2^n > 300.$$

À la calculatrice :

$$2^8 = 256 < 300 \quad \text{et} \quad 2^9 = 512 > 300.$$

Le plus petit entier convenable est

$$\boxed{n = 9}.$$

7. On cherche

$$3^n > 500.$$

À la calculatrice :

$$3^5 = 243 < 500 \quad \text{et} \quad 3^6 = 729 > 500.$$

Donc

$$\boxed{n = 6}.$$

8.

$$u_n = \frac{20}{n+2}.$$

On cherche

$$\frac{20}{n+2} < 1.$$

Comme $n+2 > 0$, cela équivaut à

$$20 < n+2,$$

donc

$$n > 18.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 19}.$$

9.

$$u_n = \frac{7n + 12}{4}.$$

On cherche

$$\frac{7n + 12}{4} > 20.$$

Donc

$$7n + 12 > 80 \quad \text{donc} \quad n > \frac{68}{7}.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 10}.$$

10.

$$u_n = 30 - 3n.$$

On cherche

$$30 - 3n < 0,$$

donc

$$n > 10.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 11}.$$

11.

$$u_n = 4 + 6n.$$

On cherche

$$4 + 6n > 40,$$

donc

$$n > 6.$$



Ainsi

$$\boxed{n = 7}.$$

12.

$$u_n = 50 - 7n.$$

On cherche

$$50 - 7n < 10,$$

donc

$$n > \frac{40}{7}.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 6}.$$

13. On calcule les termes :

$$u_0 = 3, \quad u_1 = 6, \quad u_2 = 12, \quad u_3 = 24, \quad u_4 = 48, \quad u_5 = 96, \quad u_6 = 192.$$

Donc

$$\boxed{n = 6}.$$

14.

$$u_0 = 200, \quad u_1 = 100, \quad u_2 = 50, \quad u_3 = 25, \quad u_4 = 12,5, \quad u_5 = 6,25.$$

Donc

$$\boxed{n = 5}.$$

15.

$$u_n = -5 + 3n.$$

On cherche

$$-5 + 3n > 20,$$

donc

$$n > \frac{25}{3}.$$

Ainsi

$$\boxed{n = 9}.$$

16. On calcule les premiers termes :

$$u_0 = 2, \quad u_1 = 3, \quad u_2 = 6, \quad u_3 = 11, \quad u_4 = 18, \quad u_5 = 27, \quad u_6 = 38, \quad u_7 = 51.$$

Donc

$$\boxed{n = 7}.$$

17.

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 5, \quad u_2 = 17, \quad u_3 = 53, \quad u_4 = 161.$$

Donc

$$\boxed{n = 4}.$$

18.

$$u_0 = 100, \quad u_1 = 90, \quad u_2 = 80, \quad \dots, \quad u_7 = 30, \quad u_8 = 20.$$

Donc

$$\boxed{n = 8}.$$

19. On obtient

$$u_n = 2^n.$$

À la calculatrice :

$$2^9 = 512 < 1000 \quad \text{et} \quad 2^{10} = 1024 > 1000.$$

Donc

$$\boxed{n = 10}.$$

20. À la calculatrice :

$$u_{19} \approx 11,53 \quad \text{et} \quad u_{20} \approx 9,22.$$

Le premier terme inférieur à 10 est donc obtenu pour

$$\boxed{n = 20}.$$