



Astuce

On étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$

Si la suite est positive, on peut aussi comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1

Etudier les variations des suites données ci-dessous

1. Soit la suite définie par $u_n = 3n + 2$.
2. Soit la suite définie par $u_n = 7 - 4n$.
3. Soit la suite définie par $u_n = n^2 + 2n + 1$.
4. Soit la suite définie par $u_n = \frac{1}{n+1}$.
5. Soit la suite définie par $u_n = \frac{2n+3}{n+1}$.
6. Soit la suite définie par $u_n = \sqrt{n+1}$.
7. Soit la suite définie par $u_n = 2^n$.
8. Soit la suite définie par $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
9. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = -3$ et $u_{n+1} = u_n + 5$.
10. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = u_n - 3$.
11. Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n$.
12. Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_0 = 100$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$.
13. Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + n + 2$.
14. Soit la suite définie par $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = u_n - (2n + 3)$.
15. Soit la suite définie par $u_n = \frac{n}{n+1}$.
16. Soit la suite définie par $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.
17. Soit la suite définie par $u_n = n^3$.
18. Soit la suite définie par $u_n = -n^3$.
19. Soit la suite définie par $u_0 = 81$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n$.
20. Soit la suite définie par $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = u_n - 4$.

Corrigé

1.

$$u_{n+1} - u_n = (3(n+1) + 2) - (3n + 2) = 3 > 0.$$

Donc la suite est

croissante

.

2.

$$u_{n+1} - u_n = (7 - 4(n+1)) - (7 - 4n) = -4 < 0.$$

Donc la suite est

décroissante

.

3.

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 2(n+1) + 1 - (n^2 + 2n + 1) = 2n + 3.$$

Comme $n \geq 0$, on a

$$2n + 3 > 0.$$

Donc la suite est

croissante

.

4.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0.$$

Donc la suite est

décroissante

.

5. On écrit

$$u_n = 2 + \frac{1}{n+1}.$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0.$$

Donc la suite est

décroissante

.

6.

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}.$$

Comme $n+2 > n+1$, on a

$$\sqrt{n+2} > \sqrt{n+1}.$$

Donc la suite est

croissante.

7. La suite est géométrique de raison 2 avec $u_0 > 0$. Comme

$$2 > 1,$$

la suite est

croissante.

8. La suite est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ avec $u_0 > 0$. Comme

$$0 < \frac{1}{2} < 1,$$

la suite est

décroissante.

9. La raison vaut $5 > 0$. Donc la suite est

croissante.

10. La raison vaut $-3 < 0$. Donc la suite est

décroissante.

11. La raison vaut $3 > 1$ et $u_0 = 2 > 0$. Donc la suite est

croissante.

12. On a

$$0 < \frac{1}{2} < 1 \quad \text{et} \quad u_0 = 100 > 0.$$

Donc la suite est

décroissante.

13.

$$u_{n+1} - u_n = n + 2 > 0.$$

Donc la suite est

croissante

.

14.

$$u_{n+1} - u_n = -(2n + 3) < 0.$$

Donc la suite est

décroissante

.

15.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{n+1} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} > 0.$$

Donc la suite est

croissante

.

16. On écrit

$$u_n = 1 + \frac{1}{n+1}.$$

Donc la suite est

décroissante

.

17.

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1 > 0.$$

Donc la suite est

croissante

.

18.

$$u_{n+1} - u_n = -(n+1)^3 + n^3 = -(3n^2 + 3n + 1) < 0.$$

Donc la suite est

décroissante

.



19. La raison vaut $\frac{1}{3}$, avec $u_0 = 81 > 0$. Comme

$$0 < \frac{1}{3} < 1,$$

la suite est

décroissante.

20. La raison arithmétique vaut $-4 < 0$. Donc la suite est

décroissante.