

Ce qu'il faut savoir

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$

On appelle discriminant le réel : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$: Les racines de P sont alors :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

La factorisation de P est $P(x) = a(x - x')(x - x'')$

P est du signe de a à l'extérieur des racines

Si $\Delta < 0$: P est du signe de a

Si $\Delta = 0$: $P(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

Exercice d'applications directes

Donner les racines, factoriser et étudier le signe de chaque polynôme :

1) $x^2 + 3x - 40$

5) $3x^2 - 5x + 25$

2) $-x^2 + 2x + 48$

6) $2x^2 + 3x + 5$

3) $2x^2 - 4x - 100$

7) $x^4 + 2x^2 - 3$

4) $-x^2 + 4x - 4$

8) $2x^4 - 3x^2 + 7$

Approfondissement

Exercice 1

Soit $g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$ définie sur \mathbb{R}

1) Montrer que 1 est solution de $g(x) = 0$

2) Déterminer a, b et c réels tels que : $g(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$

3) En déduire le signe de g

Exercice 2

Soit la fonction f définie pour tout $x > 0$ par :

$$f(x) = x + \frac{16}{x}$$

1) Démontrer que pour tout $x > 0$, $f(x) \geq 8$

2) En déduire le minimum de f sur $]0; +\infty[$

Exercice 3

Une entreprise fabrique des pantalons . Pour une quantité x produite , le coût de production , en euros , est $C(x) = 0,04x^2 - 40x + 8000$. La recette par pantalon vendu est 25 € et on suppose que toute la production est vendue . Combien l'entreprise doit-elle produire de pantalons pour être bénéficiaire ?

Algorithmique

Ecrire en langage naturel un algorithme qui demande les coefficients d'un trinôme de degré 2 puis qui affiche le discriminant et les racines de ce trinôme . Le programmer dans la calculatrice et le tester .

Question ouverte

1) Déterminer un polynôme de degré 2 tel que $P(x + 1) - P(x) = 2x$ et $P(0) = 0$

2) En déduire la somme $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$

3) En déduire la somme des n premiers nombres entiers non nuls .