

Fiche 3 : sens de variations d'une fonction

Ce qu'il faut savoir

Une fonction admet un extremum local en a si $f'(a) = 0$

Si la dérivée est positive (resp négative) alors la fonction est croissante (resp décroissante)

Exercices d'applications directes

Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{3x - 7}{2 - 5x}$$

$$2) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$$

$$3) f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

$$4) f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 3}$$

$$5) f(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{x}}$$

$$6) f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{x}}$$

$$7) f(x) = \left(\frac{x - 3}{x + 1}\right)^2$$

$$8) f(x) = \left(\frac{x}{3 - x}\right)^4$$

$$9) f(x) = \sqrt{2x + 5}$$

$$10) f(x) = \sqrt{3 - x}$$

$$11) f(x) = (x + 3)^2 + \sqrt{2 + x}$$

$$12) f(x) = \sqrt{x - 3} + \sqrt{2x - 3}$$

Approfondissement

Exercice 1

Un conteneur parallélépipède à base carrée à un volume de 8 m^3 . On veut protéger les parois extérieures par un produit antirouille. On note x la longueur de la base et y la hauteur, exprimées en mètres.

- 1) Exprimer y en fonction de x
- 2) Exprimer l'aire totale $A(x)$ des parois extérieures du conteneur en fonction de x
- 3) Déterminer a , b et c réels tels que : $x^3 - 8 = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ puis en déduire le signe de $x^3 - 8$.
- 4) Quelles sont les dimensions du conteneur qui couleront le moins cher en produit antirouille ? Justifier.

Exercice 2

A sheet of metal 12 inches by 10 inches is to be used to make an open box. Squares of equal sides x are cut out of each corner then the sides are folded to make the box. Find the value of x that makes the volume maximum.

Algorithmique

Soit la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -3x - 5 + \frac{2x + 8}{x^2 + 1}$$

On va créer un algorithme qui détermine les décimales successives des solutions de $f(x) = 0$.

- a. Quelle condition doivent vérifier deux images successives du tableau de valeur pour que leurs antécédents encadrent la solution de $f(x) = 0$?
- b. Ecrire l'algorithme cherché et le tester avec trois décimales.

Question ouverte

On construit un carré et un hexagone régulier dont la somme des périmètres est égale à 100. Quelle est la longueur du côté du carré qui rend la somme des aires minimales ?