

Fiche 4 : Notion de suite

Ce qu'il faut savoir

	Terme général en fonction de n	Somme
Suite arithmétique	$u_n = u_0 + n \times r$ $= u_1 + (n - 1) \times r$	$\frac{(\text{premier} + \text{dernier}) \times \text{nbre.termes}}{2}$
Suite géométrique	$u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1}$	$\text{1er.termes} \times \left(\frac{1 - q^{\text{nbre.termes}}}{1 - q} \right)$

Exercices d'applications directes

Exercice 1

Calculer les trois premiers termes de chaque suite définie par :

1) $u_n = 3n + 8$

2) $u_n = \frac{n^2 + 5}{2n + 3} - 4$

3) $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 3u_n + 8$

4) $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{u_n - 5}{u_n + 8}$

Exercice 2

Montrer que les suites données sont géométriques et exprimer u_n en fonction de n

1) $u_n = v_n - \frac{3}{13}$ avec $v_n = \frac{2}{15}v_{n-1} + \frac{1}{5}$ et $v_0 = \frac{16}{13}$

2) $u_n = 13v_n - 4$ avec $v_n = -\frac{3}{10}v_{n-1} + \frac{4}{10}$ et $v_0 = 1$

Exercice 3

Montrer que les suites données sont arithmétiques et exprimer u_n en fonction de n

1) $u_1 = 4$ et $u_{n+1} = 5 + u_n$

2) $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -9 + u_n$

Approfondissement

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 4 - \frac{4}{u_n} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$$

1) Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique

2) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

Exercice 2

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = -1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + n + 1$

1) Calculer les cinq premiers termes de cette suite

2) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

3) On définit la suite (v_n) par $v_n = u_{n+1} - u_n$

a. Calculer les quatre premiers termes de (v_n)

b. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique

4) Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de n

5) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Algorithmique

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par : $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$

Ecrire un algorithme permettant de calculer les 10 premiers termes de cette suite

Exercice 2

Ecrire un algorithme qui permette de calculer la somme des inverses des carrés des 10 premiers nombres entiers non nuls .

Question ouverte

L'émir Hifik a conservé toutes les bougies de ses gâteaux d'anniversaire depuis son premier anniversaire jusqu'à aujourd'hui , sauf une année où il était trop malade pour le fêter . Il possède actuellement 1999 bougies . Quel âge avait t-il quand il n'a pas pu fêter son anniversaire ?