

Fiche 7 :Produit scalaire

Ce qu'il faut savoir

$$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) : \overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A); AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$\text{Coordonnées du milieu de } [AB] : \left(\frac{x_B + x_A}{2}; \frac{y_B + y_A}{2} \right)$$
$$\vec{u}(x; y), \vec{v}(x'; y') : \text{le produit scalaire de } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ est } \vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$$
$$\vec{u}(x; y), \vec{v}(x'; y') \text{ colinéaires si et seulement si } xy' - x'y = 0$$
$$\vec{u}(x; y), \vec{v}(x'; y') \text{ orthogonaux } \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Exercice d'applications directes

Dans un repère orthonormal, on donne les points A(5 ;8), B(7 ;6) et C(5 ;4).

- 1) Montrer que ABC est un triangle rectangle isocèle
- 2) Déterminer les coordonnées de D pour que ABCD soit un carré.

Approfondissement

Exercice 1

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A avec AB = 4 cm. Soient R le milieu de [AC], S celui de [AB] et T celui de [CS]. On considère les points I de [AB] et J de [AC] tels que AI = AJ = 1 cm.

- 1) Démontrer que (A, I, J) est un repère orthonormal
- 2) Déterminer les coordonnées de tous les points de l'énoncé dans ce repère
- 3) Démontrer que (AT) est une hauteur de ARB

Exercice 2

Soit ABCD un trapèze rectangle de bases AB = 6 et CD = 3 et de hauteur AD = h.

- 1) On considère un repère orthonormal (O,I,J) tel que I soit sur [AB] et J sur [AD]. Donner les coordonnées des points de l'énoncé dans ce repère.
- 2) Déterminer h pour que (AC) et (BD) soient orthogonales

Algorithmique

Ecrire un algorithme qui demande les coordonnées de deux points A et B et affiche les coordonnées de C et D pour que ABCD soit un carré.

On pourra par exemple vérifier que $\vec{u}(x, y)$ et $\vec{v}(-y, x)$ ont même norme et sont orthogonaux

Question ouverte

Soit ABC un triangle rectangle en A et M un point quelconque du segment [BC]. I est le milieu de [BC]. M se projette orthogonalement en H sur [AB] et en K sur (AC). Est-il possible de placer M pour que [HK] soit orthogonal à (AI) ?