

Ce qu'il faut savoir

Soit X une variable aléatoire définie par la loi de probabilité suivante :

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

Alors l'espérance est donnée par $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$

La variance est donnée par $V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2$

L'écart-type est donné par : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

La probabilité d'une répétition d'événements indépendants est égale au produit des probabilités de chaque événement

Une épreuve de Bernoulli de paramètre p est une expérience admettant seulement deux issues , un succès avec une probabilité p et un échec avec une probabilité 1 - p

Dans un schéma de n épreuves de Bernoulli de paramètre p , la variable aléatoire X égale au nombre de succès suit la loi binomiale B(n,p) et :

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} ; E(X) = np \text{ et } V(x) = np(1 - p)$$

Exercices d'applications directes

Exercice 1

Un joueur tire au hasard une boule dans une urne contenant 1 boule verte , 2 boules bleues et 3 boules rouges . Il mise pour jouer 2 € .

- 1) Déterminer la probabilité des événements suivants : V : « tirer une boule verte » ,
B : « tirer une boule bleue »
- 2) La boule verte rapporte 5 € , une boule bleue rapporte 2 € et une boule rouge rapporte 7 € . On note G le gain algébrique du joueur .
 - a. Quelles valeurs G peut il prendre ?
 - b. Donner la loi de probabilité de G
 - c. Calculer E(G) . Quelle est sa signification ?

Exercice 2

On lance quatre fois une pièce bien équilibrée . Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile ?

Exercice 3

Dans une région pétrolifère , on admet que la probabilité qu'un forage mène à une nappe de pétrole est égale à 0,1 . On effectue 10 forages indépendamment les uns des autres .

On note X la variable aléatoire égale au nombre de forages positifs , c'est-à-dire ayant mené à une nappe de pétrole

- 1) Quelle est la loi de probabilité de X ?
- 2) Calculer la probabilité d'obtenir au moins un forage positif
- 3) Calculer la probabilité d'obtenir exactement 4 forages positifs
- 4) Calculer E(X) . Quelle interprétation concrète peut-on en donner ?

Approfondissement

Exercice 1

On écrit les mots de la phrase suivante : « le hasard est une loi que tout le monde applique sans le savoir » sur des cartons , un mot par carton . On met tous les cartons dans une urne et on en tire un au hasard .

On note X la variable aléatoire égale au nombre de lettres du mot inscrit sur le carton

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X
- 2) Combien de lettres obtient-on en moyenne à ce jeu ?

Exercice 2

Suppose that each time you take a free throw shot , you have a 25 % chance of making it . If you take 15 shots , what is the probability of making exactly 5 of them ?

Algorithmique

On lance n fois un dé supposé équilibré . Ecrire un algorithme pour déterminer la valeur minimale à donner à n pour que la probabilité d'avoir au moins une fois un six soit supérieure à 0,9 . Le tester dans la calculatrice .

Question ouverte

Combien de fois doit-on lancer un dé cubique supposé équilibré pour que la probabilité d'avoir au moins une fois un nombre supérieur ou égal à 5 sur la face supérieure soit supérieure à 0,999 ?