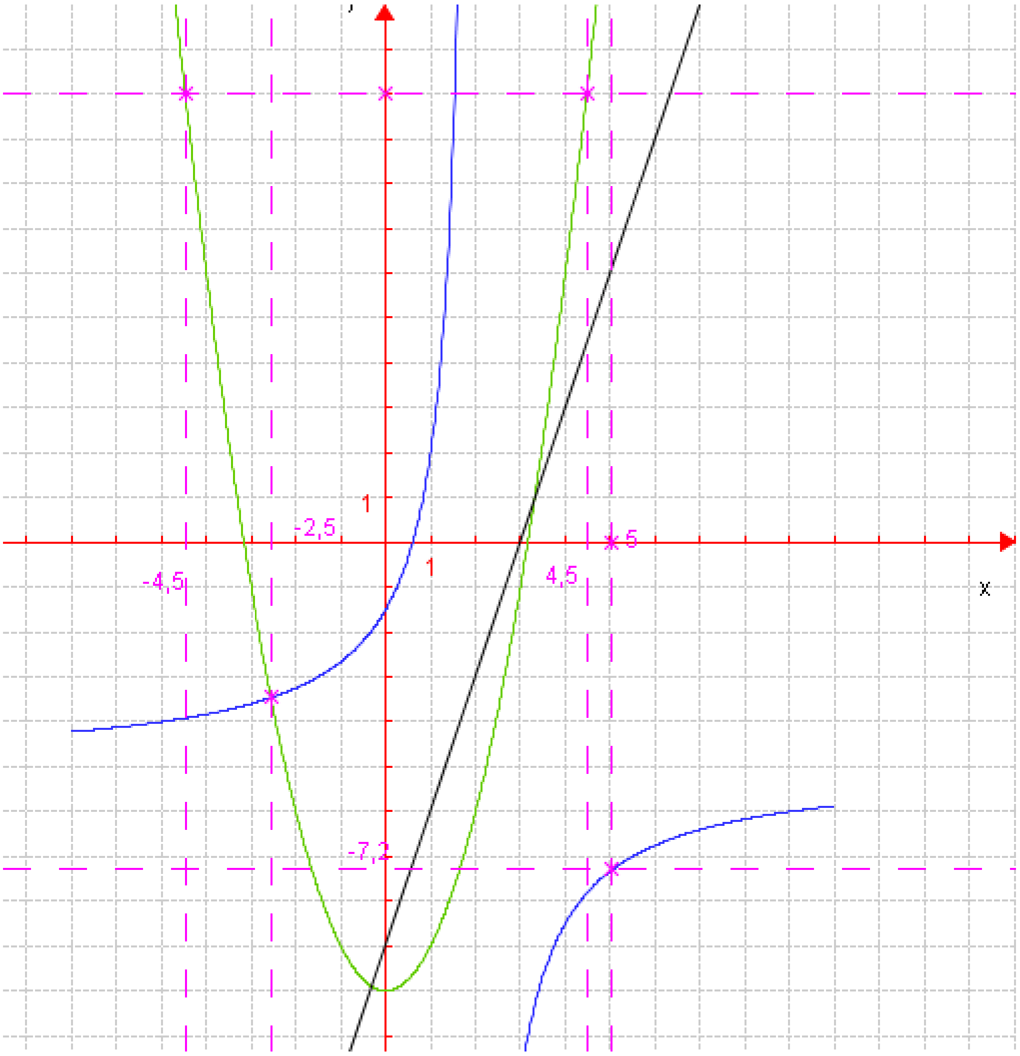
Correction évaluation commune

Exercice 1

Partie A

1) La fonction f est une fonction du second degré donc sa courbe est une parabole : *0,25 point*



2) Droite sur le dessin *0,25 point*
3) Les antécédents de 10 par f sont -4,5 et 4,5 : *0,25 point*
4) L'image de 5 par g est -7,2 : *0,25 point*
5) On regarde les intersections des courbes de f et de g : x = -2,5 : *0,25 point*
6) On regarde pour quelles valeurs de x la courbe verte est sous la droite : S =]-0,3 ; 3,2[*0,25 point*

Partie B

1) On doit résoudre : *0,5 point*

$$x^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10 \Leftrightarrow x = \sqrt{10} \; ou \; x = -\sqrt{10}$$

2) On doit résoudre : *1 point*

Correction évaluation commune

$$\frac{-5x+3}{x-2} \geq 0$$

x	$-\infty$		3/5		2		$+\infty$
-5x + 3		+	0	-		-	
x – 2		-		-	0	+	
g(x)		-	0	+	//	-	

$$S = \left[\frac{3}{5}; 2\right[$$

3) On doit résoudre : *1 point*

$$x^2 - 10 \leq 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) \leq 0$$

x	$-\infty$		-$\sqrt{10}$		$\sqrt{10}$		$+\infty$
$x - \sqrt{10}$		-		-	0	+	
x + $\sqrt{10}$		-	0	+		+	
f(x)		+	0	-	0	+	

$$S = [-\sqrt{10}; \sqrt{10}]$$

Exercice 2

1) Tableau : *1 point*

	Graines jaunes	Graines vertes	Total
Graines lisses	3057	931	3988
Graines ridées	1012	341	1353
Total	4069	1272	5341

2) a) *0,5 point* Il y a 4069 graines jaunes et 5341 graines au total donc

$$p(A) = \frac{4069}{5341} \cong 0{,}76$$

b) *0,5 point* Il y a 3988 graines lisses et 5341 au total donc

$$p(B) = \frac{3988}{5341} \cong 0{,}75$$

3) a) *1 point* Une phrase pour chaque événement :

$A \cap B$: la graine est jaune et lisse

$A \cup B$: la graine est jaune ou lisse

$\bar{A}$: la graine n'est pas jaune donc la graine est verte

$\bar{A} \cap \bar{B}$: la graine n'est pas jaune et n'est pas lisse donc la graine est verte et ridée .

b) *1 point* Les probabilités :

Correction évaluation commune

$$p(A \cap B) = \frac{3057}{5341} \cong 0{,}57\ ;$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{4069 + 3988 - 3057}{5341} = \frac{5000}{5341} \cong 0{,}94$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \frac{1272}{5341} \cong 0{,}24$$

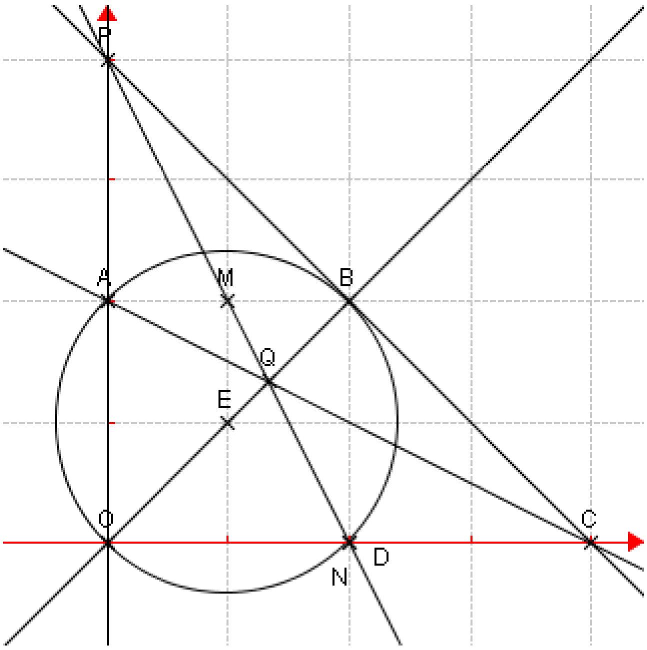
$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{341}{5341} \cong 0{,}06$$

4) *1 point* Il y a 1012 graines ridées parmi les 4069 graines jaunes , on a donc :

$$p(C) = \frac{1012}{4069} \cong 0{,}25$$

Exercice 3

1) Figure : *0,5 point*



2) a) *0,5 point :* OABD est un parallélogramme si et seulement si : $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DB}$

$$\begin{cases} x_A - x_O = x_B - x_D \\ y_A - y_O = y_B - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 2 - x_D \\ 2 = 2 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow D(2;0)$$

b) *0,5 point :*OA = 2 ; OB = $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$; AB = $\sqrt{(2-0)^2 + (2-2)^2} = 2$

c) *0,5 point :*OABD est un parallélogramme par la question a) . OA = AB donc OABD est un losange . De plus OA² + AB² = OB² donc par la réciproque de Pythagore , OAB est un triangle rectangle en A et OABD est un rectangle .

En conclusion , OABD est un carré .

d)*0,5 point :* E est le milieu de [OB] donc E(1 ;1) . Le rayon est égal à OE = $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

3) a) *1 point :*Une équation de (BC) est de la forme y = mx + p

$$m=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{0-2}{4-2}=-1\ donc\ y=-x+p\ ;\ B\ est\ sur\ (BC)\ donc\ 2=-2+p$$

(BC) : y = - x + 4

b) *0,5 point :*La droite (OA) a pour équation x = 0 donc P(0 ;y) et P est sur (BC) donc y = 0 + 4 = 4 donc P(0 ;4)

4) a) *0,5 point :*(OB) : y = x ; (AC) : y = 2 - 0,5 x .

b) *0,5 point :*On doit résoudre :

$$\begin{cases} y=x \\ y=-0{,}5x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ 0=1{,}5x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow Q\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$$

5) a) *0,5 point :*On a :

$$M\left(\frac{0+2}{2};\frac{2+2}{2}\right)\ donc\ M(1;2)\ ;\ N\left(\frac{0+4}{2};\frac{0+0}{2}\right)\ donc\ N(2;0)$$

b)*0,5 point :* $\overrightarrow{MN}(1;-2)$, $\overrightarrow{MP}(1;-2)\ et\ \overrightarrow{MQ}(1/3;-2/3)$: vecteurs colinéaires avec un point commun donc M , N , P et Q sont alignés

Exercice 4

Partie A

1) *0,25 point :*FM = x et M est sur [FB] donc x varie entre 0 et 9
2) *0,25 point :*PF = 9 – x
3) *0,25 point :*GMF est un triangle rectangle en F donc :

$$aire(GMF)=\frac{FM\times FG}{2}=\frac{9x}{2}$$

4) *0,25 point :*FGPM est un tétraèdre
5) *0,5 point :*V est donc le volume d'un tétraèdre :

$$V=\frac{1}{3}aire(GMF)\times PF=\frac{1}{3}\times\frac{9x}{2}\times(9-x)=\frac{3x}{2}(9-x)=13{,}5x-1{,}5x^2$$

6) *0,25p oint :*Il semble qu'en mettant M et P au milieu de leurs côtés respectifs , on obtienne le plus grand tétraèdre possible . Donc le volume V serait maximal si M est le milieu de [FB] et P milieu de [EF]

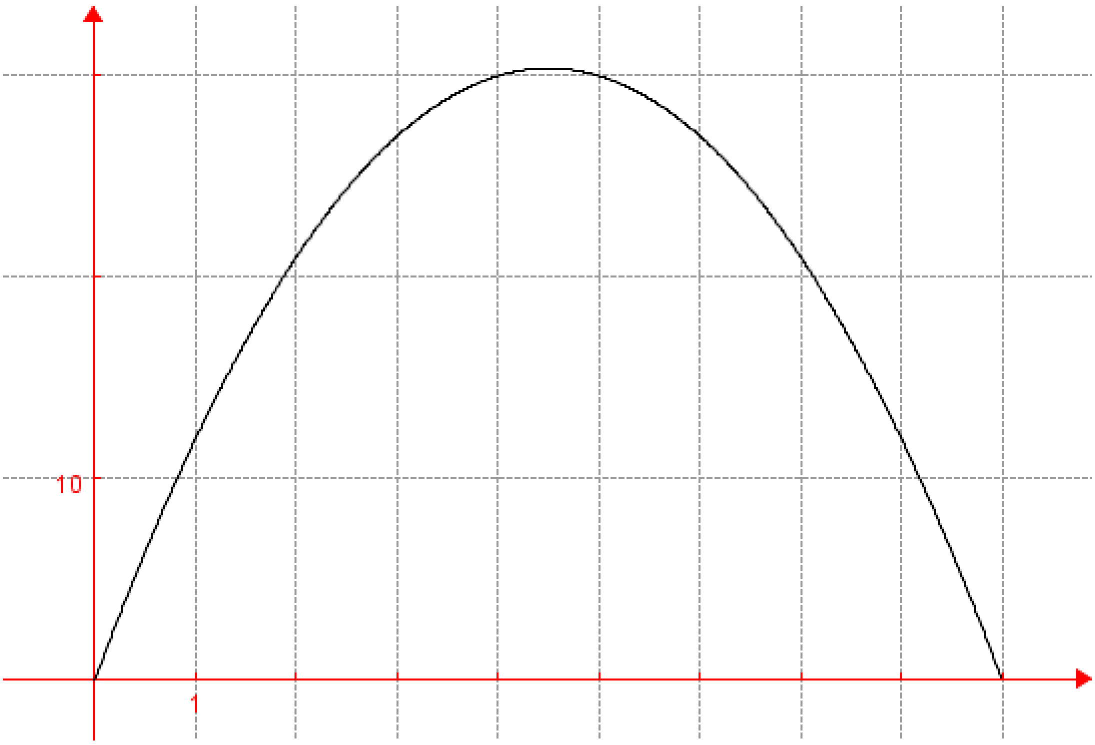
Partie B

Correction évaluation commune

1) *0,5 point :*On a :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0	12	21	27	30	30	27	21	12	0

2) *0,5 point :* On a :



3) *0,5 point :*Tableau de variations

x	0	4,5	9
f(x)	0 ↗	31	↘ 0

4) *0,5 point :*Le maximum semble se situer entre 4 et 5 et sa valeur est entre 30 et 35 .

Partie C

1) *0,75 point :*On a :

$$-1{,}5(x-4{,}5)^2+30{,}375 = -1{,}5(x^2-9x+20{,}25)+30{,}375$$
$$= -1{,}5x^2+13{,}5x-30{,}375+30{,}375 = -1{,}5x^2+13{,}5x = f(x)$$

2) *0,5 point :* Par la définition de la forme canonique d'une fonction du second degré , le maximum est atteint pour x = 4,5 et vaut 30,375 .