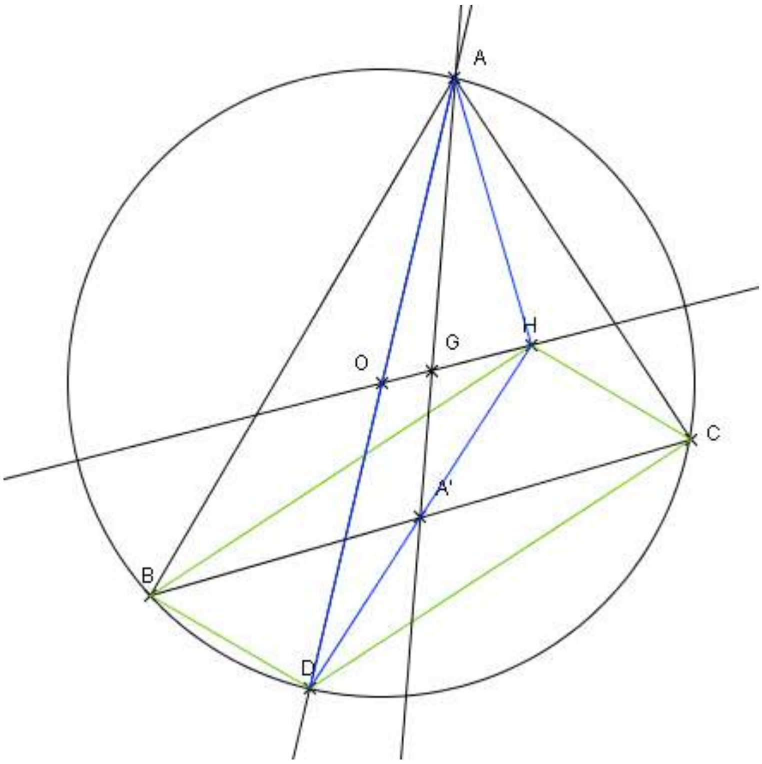
DM n° 10

Exercice 59 page 222

1) A' est à la fois le milieu de [BC] et celui de [DH] donc BDCH est un parallélogramme .



C est sur le cercle de diamètre [AD] donc (DC) perpendiculaire à (AC) et puisque (DC) parallèle à (BH) alors (BH) perpendiculaire à (AC) ; même raisonnement avec (CH) perpendiculaire à (AB) .
H est l'intersection de deux hauteurs de ABC donc H est l'orthocentre de ABC

2) Dans ADH , (OH) est la médiane issue de H et (AA') est la médiane issue de A ; elles se coupent en G donc G est le centre de gravité de ADH . Un centre de gravité est placé aux deux tiers de la médiane donc :

$$AG = \frac{2}{3}AA'$$

Or (AA') est aussi une médiane de ABC issue de A donc G situé aux deux tiers d'une médiane de ABC est aussi centre de gravité de ABC .

Exercice 91 page 205 (devoir maison)

On travaille dans le repère (A , I , J) avec I milieu de [AB] et J milieu de [AD]
A(0,0) , B(2,0) , C(2,2) , D(0,2) , E(3,0) , F(3,1) , G(2,1) .
Déterminons maintenant les équations de (AG) , (DF) et (CE) :

$$(AG) : \ y = \frac{1}{2}x \ ; \ (DF) : \ y = -\frac{1}{3}x + 2 \ ; \ (CE) : \ y = -2x + 6$$

Cherchons M l'intersection de (AG) et de (DF)

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -\frac{1}{3}x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ \frac{5}{6}x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ x = \frac{12}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(\frac{12}{5};\frac{6}{5}\right)$$

Regardons si M est sur (CE) :

$$-2\left(\frac{12}{5}\right) + 6 = \frac{-24+30}{5} = \frac{6}{5} : M \in (CE)$$

Les trois droites sont concourantes .