DM n° 12

Exercice 94 page 84

1) On a : f(x) = 12x + 8x – x² car le carré formé par le croisement des allées est compté deux fois sinon . Donc f(x) = 20x – x²
2) On veut que l'allée représente le 1/6 de l'aire du jardin :

$$20x - x^2 = \frac{1}{6} \times 12 \times 8 = 16 \Leftrightarrow x^2 - 20x + 16 = 0$$

On met cette expression sous forme canonique :

$$x^2 - 20x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-10)^2 - 100 + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-10)^2 - 84 = 0$$

On factorise maintenant :

$$(x-10)^2 - 84 = 0 \Leftrightarrow (x - 10 - 2\sqrt{21})(x - 10 + 2\sqrt{21}) = 0 \Leftrightarrow x = 10 + 2\sqrt{21} \; ou \; x = 10 - 2\sqrt{21}$$

Or la première valeur est trop grande car la longueur du jardin étant de 12 m , l'allée doit être inférieure à 12 . La réponse est donc :

$$x = 10 - 2\sqrt{21}$$

Exercice 98 page 85

1) Le diamètre du plus gros câble est 2x , le diamètre total est 20 mm donc le diamètre du plus petit est 20 – 2x . Donc son rayon est 10 – x .
2) La section de la gaine est un disque de rayon 10 donc son aire est égale à : 100π .

$$aire(deux\ sections) = \pi(x^2 + (10-x)^2)$$

3) On a donc :

$$\pi(x^2 + (10-x)^2) = 0{,}7 \times 100\pi \Leftrightarrow x^2 + (10-x)^2 = 70 \Leftrightarrow x^2 + (10-x)^2 - 70 = 0$$

4) On démontre ces formes :

$$x^2 + 100 - 20x + x^2 - 70 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 30 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 10x) + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-5)^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow 2[(x-5)^2 - 10] = 0 \Leftrightarrow 2(x - 5 - \sqrt{10})(x - 5 + \sqrt{10}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 + \sqrt{10} \; ou \; x = 5 - \sqrt{10}$$

L'une des valeurs est le diamètre du petit fil et la deuxième celui du gros fil .