DM n° 8

Exercice 78 page 204 (devoir maison)

1) $AB = \sqrt{10}\,;\ AC = 2\sqrt{10}\,;\ BC = 5\sqrt{2}\,;\ BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc ABC rectangle en A
2) Puisque ABC rectangle en A , alors E milieu de [BC] :

$$E\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)\ ;\ Rayon = EA = \sqrt{\frac{49}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

3) a) Il faut calculer EM et EN :

$$EM = \sqrt{\frac{25}{4}+\frac{25}{4}} = R\ ;\ EN = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \neq R$$

M est sur le cercle mais pas N

b) On va montrer que MNE est rectangle en M .

$$MN = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ et\ MN^2 + EM^2 = \frac{1}{2}+\frac{50}{4} = \frac{52}{4} = 13 = EN^2$$

4) On sait que EF = R et EG = R et de plus x = 0 puisque F et G sont sur l'axe des ordonnées donc :

$$EF^2 = R^2 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

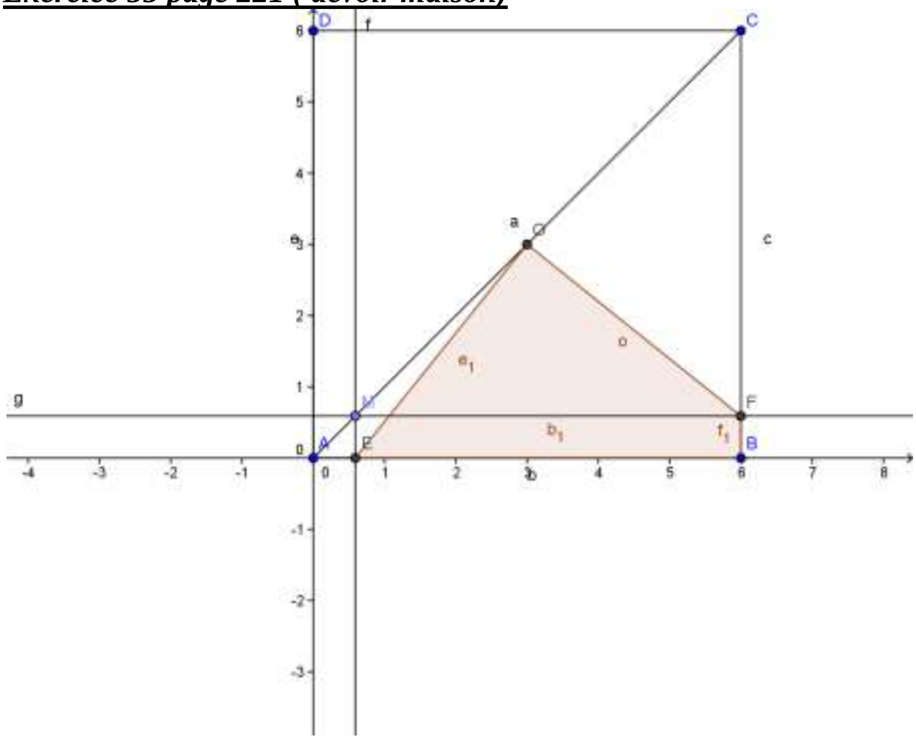
Et c'est la même chose avec G

On a donc :

$$\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(y+\frac{1}{2}+\frac{7}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow (y-3)(y+4) = 0$$

F(0 ;3) et G(0 ;-4) .

Exercice 55 page 221 (devoir maison)



L'aire de EOFB ne varie pas

Démonstration

1) Equation de (AC) : y = x donc M(m,m) ; O(3 ;3) ; E(m ;0) F(6 ;m)
2) $OE^2 = 9 + (m-3)^2$; $OF^2 = 9 + (m-3)^2$; $EF^2 = (6-m)^2 + m^2$: immédiatement , OEF isocèle en O . De plus $OE^2 + OF^2 = 36 + 2m^2 - 12m$ et $EF^2 = 36 - 12m + 2m^2$ donc par la réciproque de Pythagore , OEF rectangle en O

3) On a :

$$aire(OEF) = \frac{OE \times OF}{2} = \frac{OE^2}{2} = \frac{m^2 - 6m + 18}{2}$$

$$aire(EBF) = \frac{m(6 - m)}{2}$$

$$aire(EOFB) = aire(OEF) + aire(EBF) = \frac{m^2 - 6m + 18 + 6m - m^2}{2} = 9$$

L'aire de EOFB est constante et ne dépend pas de M