

Exercice 1

Soit ABC un triangle et M un point quelconque du plan.

On va construire le vecteur $\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$, puis émettre une conjecture sur la position de point M' lorsque M décrit le plan.

Partie 1 : Construction à l'aide du logiciel

- a. Construire un triangle ABC .
b. Placer un point M quelconque dans le plan.
c. Construire le vecteur \overrightarrow{MA} .
- a. Construire le point D image du point B par la translation de vecteur \overrightarrow{MA} .
b. Recopier et compléter l'égalité suivante : $\overrightarrow{M...} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.
- a. Construire le vecteur \overrightarrow{MC} .
b. Construire le point E , image du point D par la translation de vecteur \overrightarrow{MC} .
c. Recopier et compléter l'égalité suivante : $\overrightarrow{D...} = \overrightarrow{MC}$.
d. En déduire que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{ME}$.
- a. Construire le point F tel que $\overrightarrow{MF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ME}$.
b. En déduire que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MF}$.
- À l'aide du logiciel, modifier la position du point M .
Que remarque-t-on ?
- Que représente le point M' pour le triangle ABC ?

Partie 2 : Démonstration

On sait que si G est le centre de gravité du triangle ABC , alors on a $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, avec A' le milieu du segment $[BC]$.

- a. Soit M un point quelconque du plan. Montrer que $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MA'}$.
b. En déduire que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AA'}$.
- a. Montrer que $3\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AA'}$. En déduire que $3\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
b. En déduire que $\frac{1}{3}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = \overrightarrow{MG}$. Cela confirme-t-il votre conjecture ?

Devoir maison n° 11 groupe lions

Exercice 2

Partie 1 : Construction et conjecture

1. Construction

- a. Construire A , B et M trois points du plan.
b. Placer le point M' tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MM'}$.

2. Conjecture

En déplaçant le point M , que pouvez-vous conjecturer sur la nature du quadrilatère $AMBM'$?

Partie 2 : Démonstration

Soit I le milieu du segment $[AB]$.

- Que vaut le vecteur $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$?
- Montrer que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.
- En déduire que I est le milieu du segment $[MM']$.
Cela confirme-t-il votre conjecture ?
- Démontrer que $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BM'}$.

Partie 3 : Ensemble de points

- Soit (d) une droite passant par A .
On prendra $(d) \neq (AB)$.
Soit N un point de la droite (d) .
a. Construire le point N' tel que $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NN'}$.
b. Quel ensemble de points décrit N' lorsque le point N décrit la droite (d) ?
- Soit (\mathcal{C}) le cercle de diamètre $[AI]$.
Soit N un point du cercle (\mathcal{C}) .
a. Construire le point N' tel que $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NN'}$.
b. Quel ensemble de points décrit N' lorsque le point N décrit le cercle (\mathcal{C}) ?