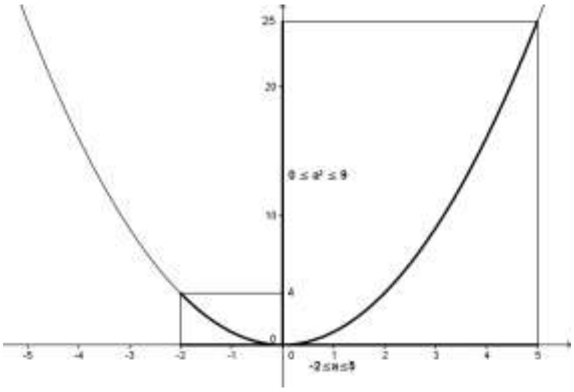
<u>Corrigé du devoir commun</u>

<u>Ex 1 :</u> 1) L'équation $(x-1)^2 = 3$ admet $\boxed{\textbf{deux solutions}}$. En effet, comme 3 est strictement positif :
soit $x - 1 = \sqrt{3}$ qui donne la solution $x = 1 + \sqrt{3}$, soit $x - 1 = -\sqrt{3}$ qui donne la solution $x = 1 - \sqrt{3}$.

2) Si $a \leq -2$ alors $\boxed{a^2 \geq 4}$. En effet la fonction carrée est décroissante sur $[0 ; +\infty[$, il faut donc changer le sens de l'inégalité : si $a \leq -2$ alors $a^2 \geq (-2)^2$ c'est-à-dire $a^2 \geq 4$.

3) Si $-2 \leq a \leq 5$ alors $\boxed{0 \leq a^2 \leq 25}$. Comme -2 et 5 sont de signes différents, on ne peut pas appliquer le carré aux membres de l'inégalité, mais on peut utiliser la parabole ou le tableau de variations de la fonction carrée. Voir ci-contre : lorsque a décrit l'intervalle $[-2 ; 5]$ sur l'axe des abscisses, son image a^2 décroît de 4 à 0 puis croît de 0 à 25. Donc a^2 décrit bien l'intervalle $[0 ; 25]$.



4) Si $-1 < x < 0$ alors $\boxed{\frac{1}{x} < -1}$. En effet, la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$ donc elle change le sens de l'inégalité : si $-1 < x$ alors $\frac{1}{-1} > \frac{1}{x}$ c'est-à-dire $\frac{1}{x} < -1$.

5) Si $0 < x < 4$ alors $\boxed{\frac{1}{x} > 0{,}25}$. En effet, la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0 ; +\infty[$ donc elle change le sens de l'inégalité : si $x < 4$ alors $\frac{1}{x} > \frac{1}{4}$ c'est-à-dire $\frac{1}{x} > 0{,}25$.

<u>Ex 2 :</u> Partie A 1) La fréquence en % est égale à $\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}} \times 100$, on remarque que $N = 50$:

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de femmes	4	11	19	9	5	1	1
Effectifs cumulés croissants	**4**	**15**	**34**	**43**	**48**	**49**	**50**
Fréquences en %	**8**	**22**	**38**	**18**	**10**	**2**	**2**

2) $N = 50$ est pair, On calcule $\frac{N}{2} = 25$ et $\frac{N}{2} + 1 = 26$. D'après les effectifs cumulés croissants, la 25ème et la 26ème valeur sont égales à 2. Donc la **médiane** est $\boxed{\mathbf{Me = 2}}$ enfants.

On calcule : $\frac{N}{4} = 12{,}5$. Le premier entier supérieur ou égal à 12,5 est 13, donc le **1er quartile** est la 13ème valeur : $\boxed{\mathbf{Q_1 = 1}}$ enfant.

On calcule : $\frac{3N}{4} = 37{,}5$. Le premier entier supérieur ou égal à 37,5 est 38, donc le **3ème quartile** est la 38ème valeur : $\boxed{\mathbf{Q_3 = 3}}$ enfants.

3) La **moyenne** est $\bar{x} = \frac{4\times0+11\times1+19\times2+9\times3+5\times4+1\times5+1\times6}{50} = \frac{107}{50}$. Donc $\boxed{\bar{x} = 2{,}14}$ enfants.

L'**étendue** est : max – min = 6 – 0 = $\boxed{6}$ enfants.

Partie B 1) Tableau :

	2 enfants ou moins	3 enfants ou plus	Total
Travaille	30	**8**	38
Ne travaille pas	**4**	**8**	**12**
Total	34	**16**	50

2a) L'événement $\overline{T}$ est $\boxed{\textbf{« la femme ne travaille pas »}}$. **b)** $p(\overline{T}) = \frac{12}{50} = \boxed{0{,}24}$.

3a) L'événement $T \cap D$ est $\boxed{\textbf{« la femme travaille ET elle a deux enfants ou moins de deux enfants »}}$.

b) $p(T \cap D) = \frac{30}{50} = \boxed{0{,}6}$.

4) $p(T \cup D) = p(T) + p(D) - p(T \cap D) = \frac{38}{50} + \frac{34}{50} - 0{,}6 = 0{,}76 + 0{,}68 - 0{,}6 = \boxed{\mathbf{0{,}84}}$.

Ex3 : 1a) $\boxed{\mathbf{f(3) = 1}}$ et $\boxed{\mathbf{f(8) = -4}}$.

b) f(3) = – 3² + 10 × 3 – 20 = – 9 + 30 – 20 = **1** et f(8) = – 8² + 10 × 8 – 20 = – 64 + 80 – 20 = **– 4**.

2) On place dans le repère les points de coordonnées (3 ; – 1) et (8 ; – 4) et on trace la droite qui passe par ces points.

3) L'inéquation f(x) > g(x) a pour ensemble de solutions $\boxed{\mathbf{S =]3\ ;8[}}$. C'est sur cet intervalle que la courbe C_f est strictement au-dessus de la droite C_g.

4a) f(x) – g(x) = – x² + 10x – 20 – (– x + 4) = – x² + 10 x – 20 + x – 4 = **– x² + 11x – 24**.

b) (3 – x)(x – 8) = 3x – 24 – x² + 8x = – x² + 11x – 24. On a bien **f(x) – g(x) = (3 – x)(x – 8)**.

c) Attention : 3 – x = – x + 3, le coefficient directeur égal à – 1 donc négatif...

x	–∞		3		8		+∞
3 – x		+	0	–	|	–	
x – 8		–	|	–	0	+	
(3 – x)(x – 8)		–	**0**	+	**0**	–	

d) f(x) > g(x) ssi f(x) – g(x) > 0 ssi (3 – x)(x – 8) a le signe +. On retrouve donc $\boxed{\mathbf{S =]3\ ;8[}}$.

Ex 4 : 2b) $\vec{u}$ a pour coordonnées $\boxed{\begin{pmatrix}\mathbf{-10}\\ \mathbf{-2}\end{pmatrix}}$.

3a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-3\\ 3-2\end{pmatrix}$; $\boxed{\overrightarrow{\mathbf{AB}}\begin{pmatrix}\mathbf{-4}\\ \mathbf{1}\end{pmatrix}}$.

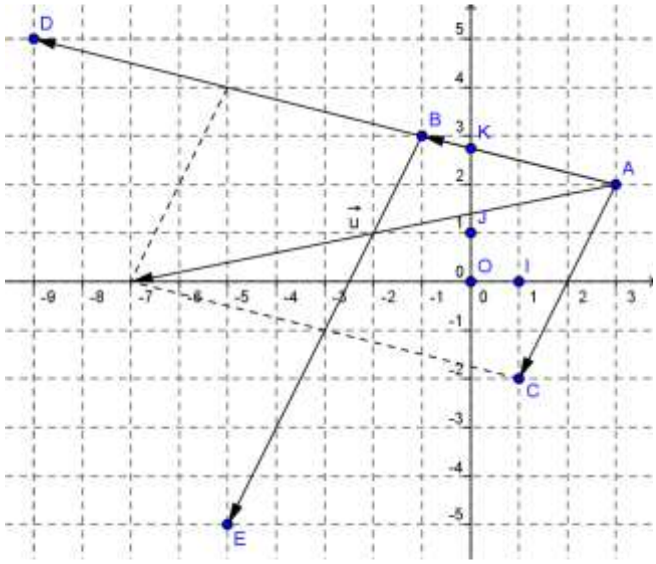
b) On pose D(x ; y) ainsi $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x-3\\ y-2\end{pmatrix}$ et $3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-12\\ 3\end{pmatrix}$

L'égalité $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$ donne le système d'équations :

$\begin{cases}x-3=-12\\ y-2=3\end{cases}$; $\begin{cases}x=-9\\ y=5\end{cases}$. Donc $\boxed{\mathbf{D(-9\ ;5)}}$.

c) $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1-3\\ -2-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\ -4\end{pmatrix}$ donc $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2\times(-4)-2\\ 2\times 1-4\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}\mathbf{-10}\\ \mathbf{-2}\end{pmatrix}}$.

4a) $\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BK} = \vec{0}$ ssi $\overrightarrow{AK} + 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}) = \vec{0}$ ssi $\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AK} = \vec{0}$ ssi $4\overrightarrow{AK} = -3\overrightarrow{BA}$ ssi $4\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB}$ ssi $\boxed{\overrightarrow{\mathbf{AK}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\overrightarrow{\mathbf{AB}}}$.



Ex 5 : 1) Pour tracer la droite D d'équation y = – x + 3 on pouvait utiliser le coefficient directeur égal à – 1 et l'ordonnée à l'origine égale à 3 : On part du point de coordonnées (0 ; 3) puis on se déplace de 1 vers la droite et de – 1 verticalement (1 vers le bas). On pouvait aussi utiliser un tableau à deux valeurs...

2) On note (AC) : y = mx + p où $\mathbf{m} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{7-3}{1+5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ et pour trouver p, on remplace x et y par les coordonnées de A : $3 = \frac{2}{3}\times(-5) + p$; $3 = \frac{-10}{3} + p$; $3 + \frac{10}{3} = p$; $\frac{19}{3} = p$. Donc $\boxed{\mathbf{(AC) : y = \frac{2}{3}x + \frac{19}{3}}}$.

3) Les droites D et (AC) ont un coefficient directeur différent ($\frac{2}{3} \neq -1$) donc elles sont **sécantes**.

On résout le système $\begin{cases}y = \frac{2}{3}x + \frac{19}{3}\\ y = -x+3\end{cases}$. Pour cela on écrit $\frac{2}{3}x + \frac{19}{3} = -x + 3$; $\frac{2}{3}x + x = 3 - \frac{19}{3}$; $\frac{5}{3}x = \frac{-10}{3}$; $x = \frac{-10}{3}\times\frac{3}{5}$ donc x = – 2, puis on remplace : y = – (– 2) + 3 = 5.

L'intersection a pour coordonnées $\boxed{\mathbf{(-2\ ;5)}}$.

Ex 6 : 1a) Pour X = 4 et N = 2, après deux boucles il s'affiche $\boxed{9}$. **b)** Pour X = 2 et N = 4 après quatre boucles il s'affiche aussi $\boxed{9}$. **c)** Pour X = 3 et N = 0, la boucle n'est pas effectuée et il s'affiche $\boxed{1}$.

2) La valeur finale de Y est 1 + X + X + ... + X où le nombre X est additionné N fois ce qui revient à :

$Y = \boxed{\mathbf{1 + N \times X}}$.