Corrigé évaluation commune seconde

Exercice 1 *12 points*

1) $2(-x+7)(x+1) = 2(-x^2+6x+7) = -2x^2+12x+14 = f(x)$ *1 point*
2) $-2(x-3)^2+32 = -2(x^2-6x+9)+32 = -2x^2+12x-18+32 = -2x^2+12x+14 = f(x)$ *1 point*
3) On a : f(0) = 14 *1 point*
4) On doit résoudre f(x) = 14 c'est-à-dire

$$-2x^2+12x+14 = 14 \Leftrightarrow -2x^2+12x = 0 \Leftrightarrow 2x(-x+6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ } ou \text{ } x = 6$$

Les antécédents de 14 par f sont donc 0 et 6 *2 points*

5) On dresse un tableau de signes :

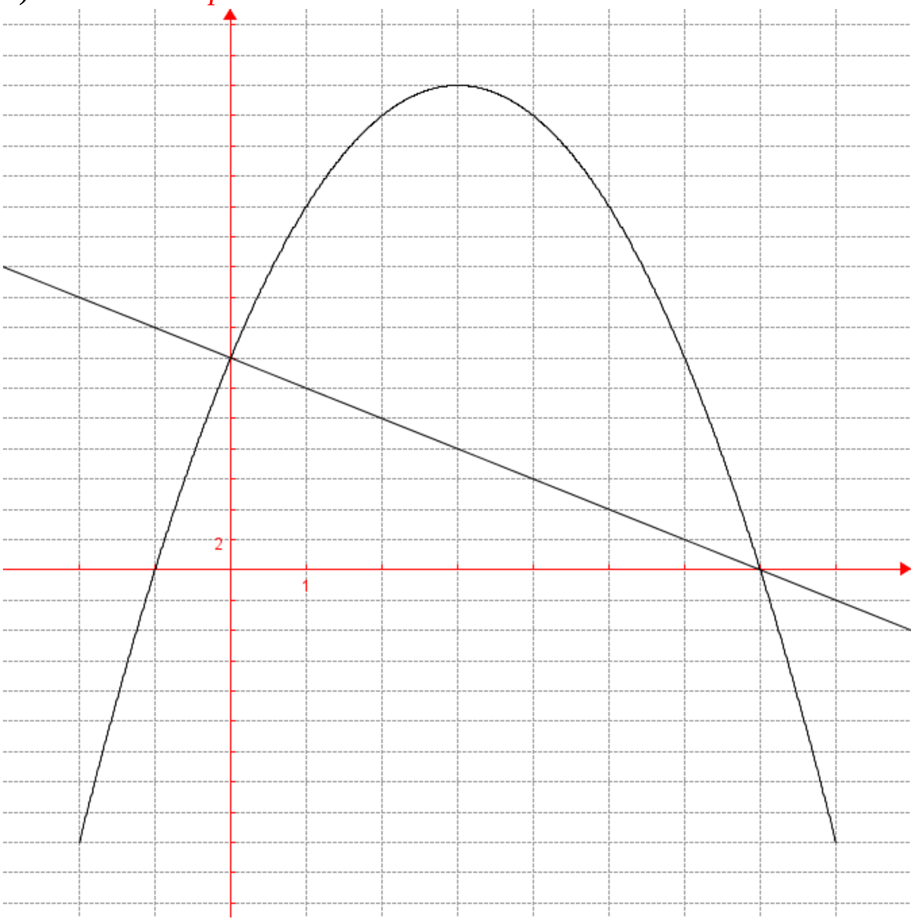
x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
-x+7		+		+	0	-	
x+1		-	0	+		+	
f(x)		-	0	+	0	-	

$S =]-1;7[$ *2 points*

6) On a : *1 point*

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	-18	0	14	24	30	32	30	24	14	0	-18

7) Courbe : *1 point*



8) a) Ci-dessus *1 point*

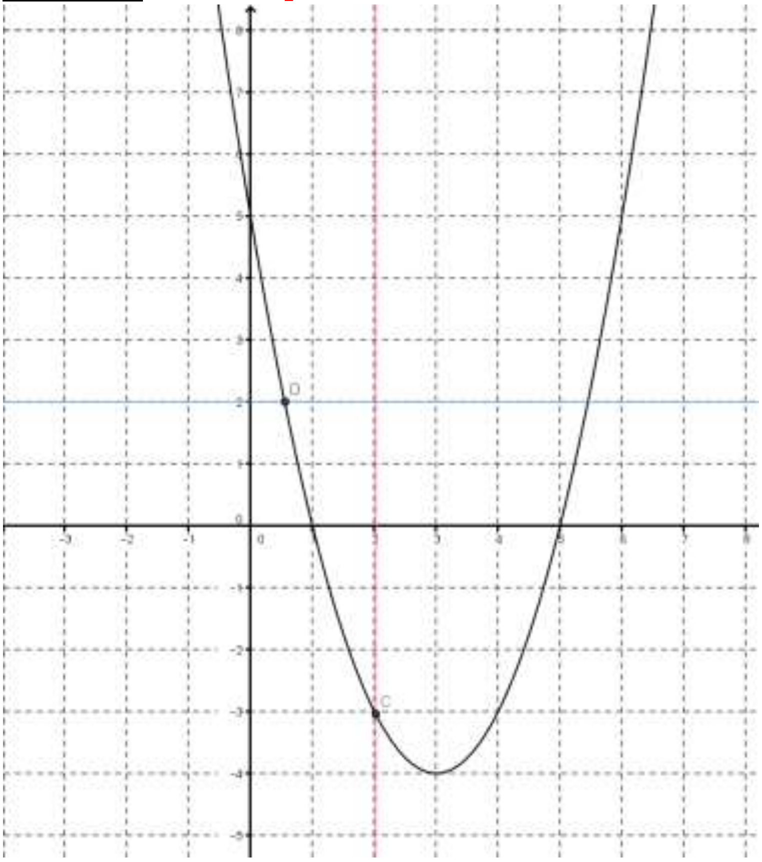
b) On doit avoir : *1 point*

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -2x^2+12x+14 = -2x+14 \Leftrightarrow -2x^2+14x = 0 \Leftrightarrow -2x(x-7) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ } ou \text{ } x = 7$$

c) Tableau de signes *1 point*

x	-2		0		7		8
f(x) – g(x)		-	0	+	0	-	

<u>Exercice 2</u> ***8 points***



<u>Partie A</u>

1) a) L'image de 2 est – 3 (traits bleus) *0,5 point*

b) Les antécédents de 2 par h sont 0,6 et 5, 4 (traits rouges) *1 point*

c) h(0) = 5 *0,5 point*

2) On regarde pour quelles valeurs de x la courbe de h est en dessous de l'axe des abscisses

S =]1 ;5[*1 point*

3) Tableau de variations : *1 point*

x	0		3		6
h(x)	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5

Tableau de signes *1 point*

x	0		1		5		6
h(x)		+	0	-	0	+	

<u>Partie B</u>

1) a) Il faut calculer h(0) = 5 avec la forme 1 *0,5 point*

b) On doit résoudre h(x) = 0 : choisissons la forme 3 : (x – 1) (x- 5) = 0 donc x = 1 ou x = 5 . L'oiseau est donc entré en x = 1 mètre et ressorti à 5 mètres de la falaise . *1 point*

2) a) On a : $(x-3)^2 - 4 = -4 \; donc \; (x-3)^2 = 0 \; d'où \; x = 3$ *0,5 point*

b) Puisque h(x) – (-4) = (x – 3)² > 0 alors on peut dire que h admet un minimum en x = 3 qui vaut – 4 . L'oiseau plonge donc sous l'eau jusqu'à une profondeur de 4 mètres et ceci lorsqu'il se trouve à 3 mètres de la falaise . *1 point*

<u>Exercice 3</u> ***8 points***

1) Tableau : *2 points*

	Filles	Garçons	Total
Chez les parents	270	**180**	450
Chez des amis	550	650	**1 200**
Au restaurant	**130**	20	**150**
Total	**950**	850	1 800

2a) p($\bar{F}$) = $\frac{\mathbf{850}}{\mathbf{1800}}$ ≈ **0,472**, p(P) = $\frac{\mathbf{450}}{\mathbf{1800}}$ = **0,25** , p($P \cap F$) = $\frac{\mathbf{270}}{\mathbf{1800}}$ = **0,15** et p($A \cap \bar{F}$) = $\frac{\mathbf{650}}{\mathbf{1800}}$ ≈ **0,361**. *0,5 par résultat*

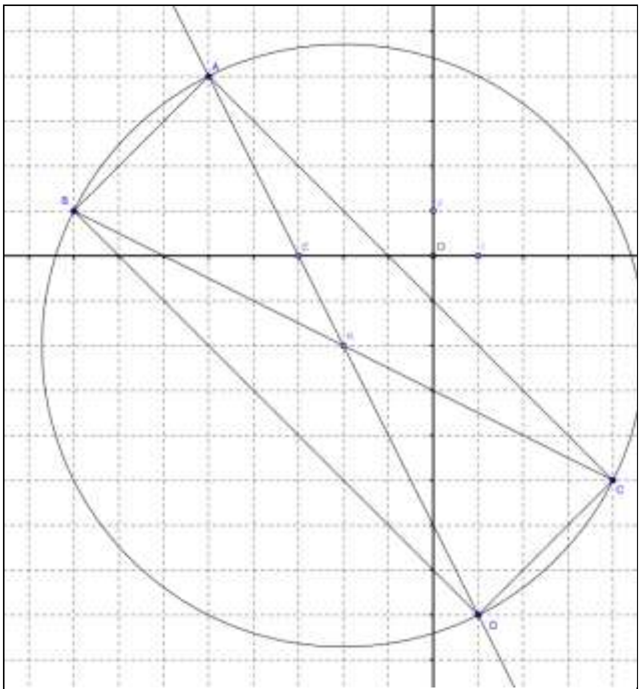
b) $F \cup R$ signifie « la personne interrogé est une fille **OU** un jeune qui a passé le réveillon au restaurant ». *1 point*

p($F \cup R$) = p(F) + p(R) – p($F \cap R$) = $\frac{950}{1800} + \frac{150}{1800} - \frac{130}{1800} = \frac{\mathbf{970}}{\mathbf{1800}}$ ≈ **0,539**. *1 point*

c) On peut donner $\boldsymbol{R \cap F}$ ou bien $\boldsymbol{R \cap \bar{F}}$. *1 point*

3) p = $\frac{\mathbf{650}}{\mathbf{1200}}$ ≈ **0,542**. *1 point*

<u>Exercice 4</u> ***12 points***



1) *Voir ci-contre (0,5 point pour A,B,C et E)*

2) $K\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ *donc* $K(\frac{-8+4}{2};\frac{1+(}{2}$

donc $K(-2\,;-2)$ *(1 point)*

3) *Notons (x_D ;y_D) les coordonnées de D*

(ABDC) est *un parallélogramme si et seulement si ses diagonales [AD] et [BC] ont le même milieu. Comme K est le milieu de [BC] ,K doit être aussi celui de [AD] ; on doit donc avoir*

$$\begin{cases} x_k = \dfrac{x_A + x_D}{2} \\ y_k = \dfrac{y_A + y_D}{2} \end{cases} d'où \begin{cases} -2 = \dfrac{-5 + x_D}{2} \\ -2 = \dfrac{4 + x_D}{2} \end{cases}$$

D'où $\begin{cases} -4 = -5 + x_D \\ -4 = 4 + y_D \end{cases}$ *d'où* $\begin{cases} -4 + 5 = x_D \\ -4 - 4 = y_D \end{cases}$

D'où $\begin{cases} 1 = x_D \\ -8 = y_D \end{cases}$ *donc* ***D(1 ;-8)*** *(1,5 points)*

4) $*$ $1ère\ méthode$: $a)$ $x_A \neq x_K$ $(et\ y_A \neq y_K)$ donc l'équation de la droite (AK) est du type $y = ax + b$

$$a = \frac{y_K - y_A}{x_K - x_A} = \frac{-2-4}{-2+5} = \frac{-6}{3} = -2;\ comme\ A(-5;4) est\ un\ point\ de\ (AK), 4$$
$$= -2 \times (-5) + b \Leftrightarrow 4 = 10 + b$$
$$\Leftrightarrow -6 = b \Leftrightarrow b = -6\ donc\ \boldsymbol{l'}é\boldsymbol{quation\ de\ (AK) est}$$
$$\boldsymbol{y = -2x - 6};$$

(2 points)

b)$-2 \times x_E - 6 = -2 \times -3 - 6 = 6 - 6 = 0 = y_E$

$$donc\ E\ est\ un\ point\ de\ (AK)$$

donc les points A,E et K sont alignés (1 point)

5)$*$ $AE = \sqrt{(-3+5)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \mathbf{2\sqrt{5}}$
(1 point)

$* AK = \sqrt{(-2+5)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \mathbf{3\sqrt{5}}$
(1 point)

$* \frac{AE}{AK} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ (0,5 point)

6)Dans le triangle (ABC) , le droite (AK) passe par le sommet A et le milieu K du côté opposé [BC] ; c'est donc une médiane ; sur cette médiane , E est situé aux 2/3 du sommet ; E est donc le centre de gravité du triangle (ABC) (1 point)

7) $* AB = \sqrt{(-8+5)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

$* AC = \sqrt{(4+5)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{9^2 + (-9)^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2}$
$= 9\sqrt{2}$

$* BC = \sqrt{(4+8)^2 + (-5-1)^2} = \sqrt{12^2 + (-6)^2} = \sqrt{144+36} = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5}$
$= 6\sqrt{5}$

$* BC^2 = \sqrt{180}^2 = 180; AB^2 + AC^2 = \sqrt{18}^2 + \sqrt{162}^2 = 18 + 162 = 180;\ AB^2 + AC^2$
$= BC^2\ donc\ d'après\ la$

Réciproque du théorème de Pythagore , le triangle (ABC) est rectangle en A

Or dans un triangle rectangle , le centre du cercle circonscrit à celui-ci est le milieu de l'hypoténuse et son rayon la moitié de la longueur de l'hypoténuse

Donc le **centre** du cercle circonscrit à (ABC) est **K** et son **rayon** est $\frac{BC}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{2} = \mathbf{3\sqrt{5}}$ (2,5 points : 0,25+ 0,25 pour les résultats et 2 pour la méthode)