

Enseigne d'Emile

On pose $AI = x$

Pythagore dans ACI : $AC^2 = AI^2 + CI^2$ donc $AC^2 = x^2 + CI^2$

Pythagore dans CIA' : $A'C^2 = CI^2 + IA'^2$ donc $A'C^2 = CI^2 + (5-x)^2$

Pythagore dans ACA' : $AC^2 + A'C^2 = AA'^2$ donc

$$\begin{aligned}x^2 + 2CI^2 + (5-x)^2 &= 25 \\x^2 + 2CI^2 + 25 - 10x + x^2 &= 25 \\2x^2 + 2CI^2 - 10x &= 0 \\CI &= \sqrt{5x - x^2}\end{aligned}$$

Aire de ABC :

$$f(x) = 2CI \times AI = 2x\sqrt{5x - x^2}$$

A la calculatrice , on trace la courbe ou on regarde le tableau de valeurs et on obtient que f admet un maximum pour x égal à 4 et cette aire vaut 16 cm^2 .