Nom ……………………………………….

Prénom ……………………………………

Classe ……………………………………..

Devoir commun de mathématique

Mercredi 27 mai 2015

Durée : 2 heures

Exercice n°1 : **_10 points_**

Un restaurant propose sur sa carte :

- 2 entrée : terrine (4€) ; ratatouille (6€)
- 3 plats : poulet (8€) ; daube (10€) ; saumon (12€)
- 2 desserts : fromage (6€) ; crème brulée (4€)

Chaque client compose son menu avec une entrée, un plat et un dessert.

Partie A

Dans cette partie, on donnera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles.

1a) Tracer un arbre permettant de représenter l'ensemble des menus possibles.

b) Combien de menus différents un client peut-il composer ?

2) On suppose que tous ces menus sont équiprobables, on considère les événements suivants :

F : « le client a choisi de prendre du fromage » ;
T : « le client a choisi de prendre la terrine » ;
C : « le client a choisi de prendre la crème brulée » ;
P : « le client a choisi de prendre le poulet » ;
D : « le client a choisi de prendre la daube ».

Calculer les probabilités des événements F, $T \cap C$ et $P \cup D$.

3a) A l'aide de l'arbre déterminer quels prix différents peuvent coûter ces menus.

b) Calculer la probabilité de chacun de ces prix.

Partie B

On donne ci-dessous un tableau qui présente les additions des clients du restaurant pendant une journée :

Addition (en euros)	16	18	20	22	24
Nombre de clients	10	18	12	10	6
Effectifs cumulés croissants					

1) Quelle est, à 0,01 près, la fréquence des additions à 22€ ?

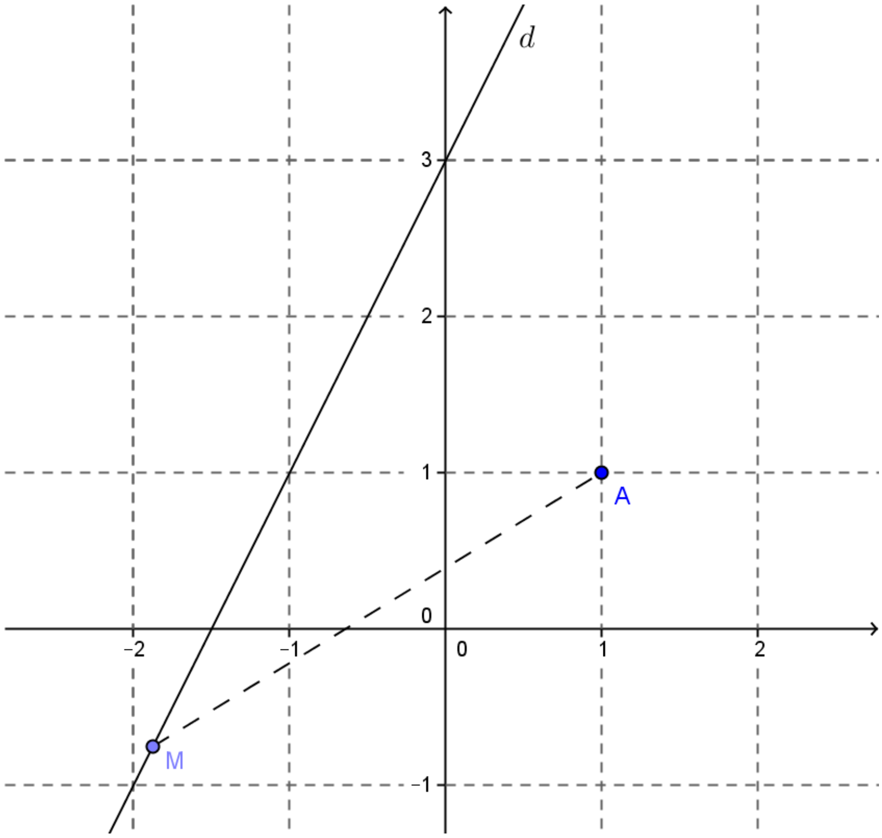
2a) Compléter la 3$^{\text{ème}}$ ligne du tableau ci-dessus puis donner la médiane et les quartiles de cette série. On expliquera les méthodes permettant d'obtenir ces résultats.

b) Peut-on dire qu'au moins 3 clients sur 4 ont payé une addition inférieure ou égale à 22€. Justifier la réponse.

3) A l'aide de la calculatrice déterminer au centime près le prix moyen payé par client sur cette journée.

Exercice n°2 : **10 points**

On considère la droite d d'équation $y = 2x + 3$ et le point A de coordonnées (1 ; 1).
M est un point quelconque de la droite d et on note x l'abscisse de M.



Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

1) Rappeler la formule qui détermine la distance AM en fonction des coordonnées x_A, y_A, x_M et y_M des points A et M.
2a) Exprimer l'ordonnée y_M du point M en fonction de x.
b) Vérifier que $AM^2 = 5x^2 + 6x + 5$.

Partie B

On pose, pour tout x réel, $f(x) = 5x^2 + 6x + 5$.
1) Vérifier que $5(x + 0{,}6)^2 + 3{,}2$ est la forme canonique du polynôme f.
2) Tracer le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Pour quelle valeur x_0 la fonction atteint-elle son extremum ?
3) M_0 est le point de la droite d tel que la distance AM^2 soit minimale. Justifier que les coordonnées de M_0 sont (– 0,6 ; 1,8).

Partie C

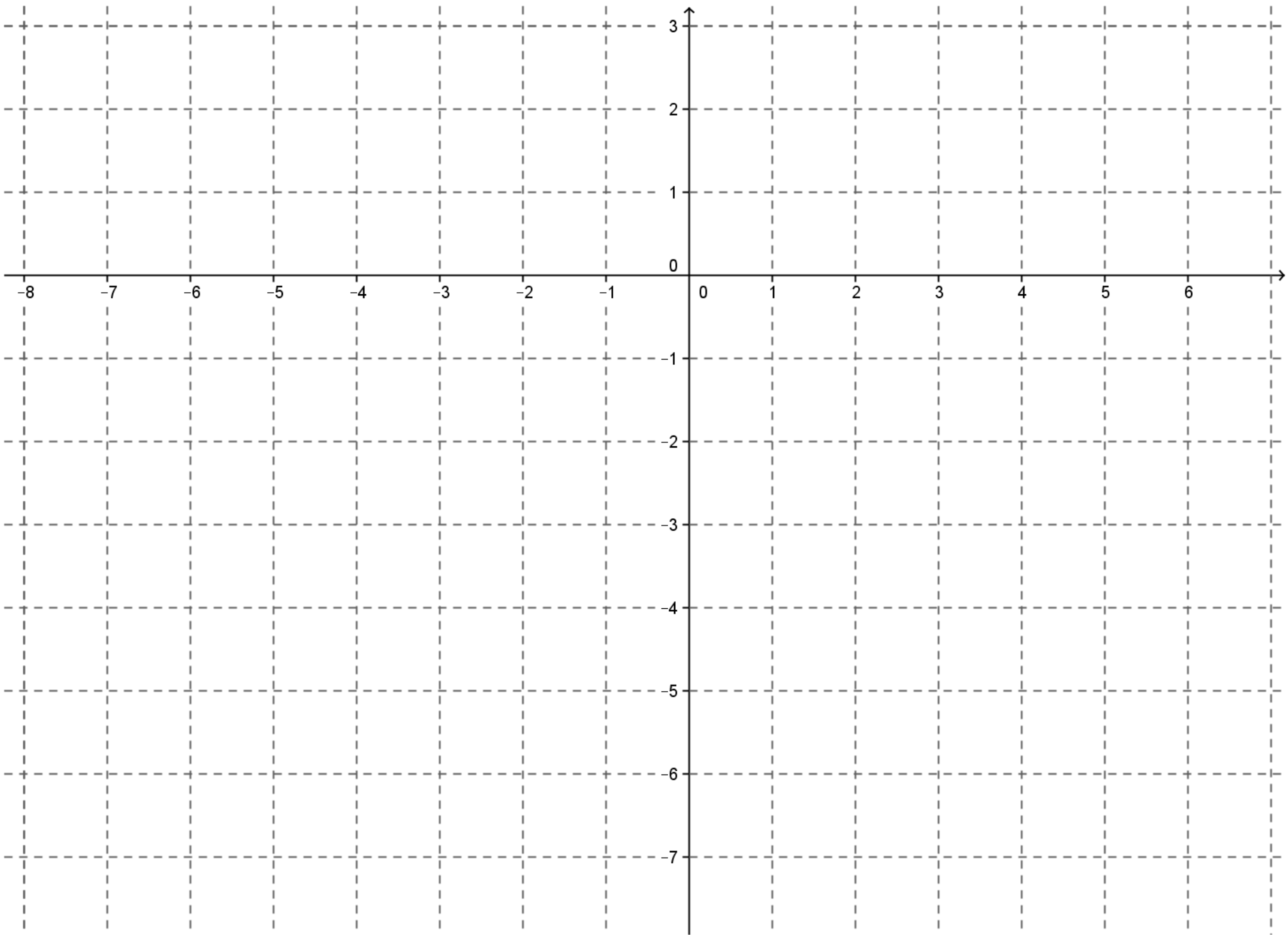
1) On considère le point B de coordonnées (0 ; 3). Vérifier que B est un point de la droite d.
2a) Sachant que le point M_0 a pour coordonnées (– 0,6 ; 1,8), déterminer la nature du triangle ABM_0. On justifiera la réponse par des calculs.
b) Que peut-on dire des droites (AM_0) et d ?

<u>Exercice n°3 :</u> **_10 points_**

1) Dans le plan muni du repère orthonormé $(\text{O}, \text{I}, \text{J})$ ci-dessous placer les points $\text{A}(5; 3)$, $\text{B}(-1; -1)$, $\text{C}(-4; -3)$ et $\text{D}(1; -4)$. On complétera la figure par la suite.
2) Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

Pour les questions 3 à 7 on répondra en effectuant des calculs : la figure ne sera utile que pour vérifier si les résultats trouvés sont cohérents.
Pour les questions 3 et 4 on calculera les coefficients sous forme fractionnaire.

3) Déterminer par le calcul l'équation de la droite (AB).
4) Déterminer par le calcul l'équation de la droite (d), parallèle à (AB) et passant par D. Tracer la droite (d).
5) Déterminer les coordonnées du point E tel que le quadrilatère BCDE soit un parallélogramme. Placer le point E.
6) Déterminer les coordonnées du point d'intersection F de [CE] et [BD]. Placer le point F.
7) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (AF) et (d).



<u>Exercice n°4 :</u> ***10 points***

On donne la fonction *f* suivante définie par :

$$f(x) = \frac{5x + 50}{2x + 10}$$

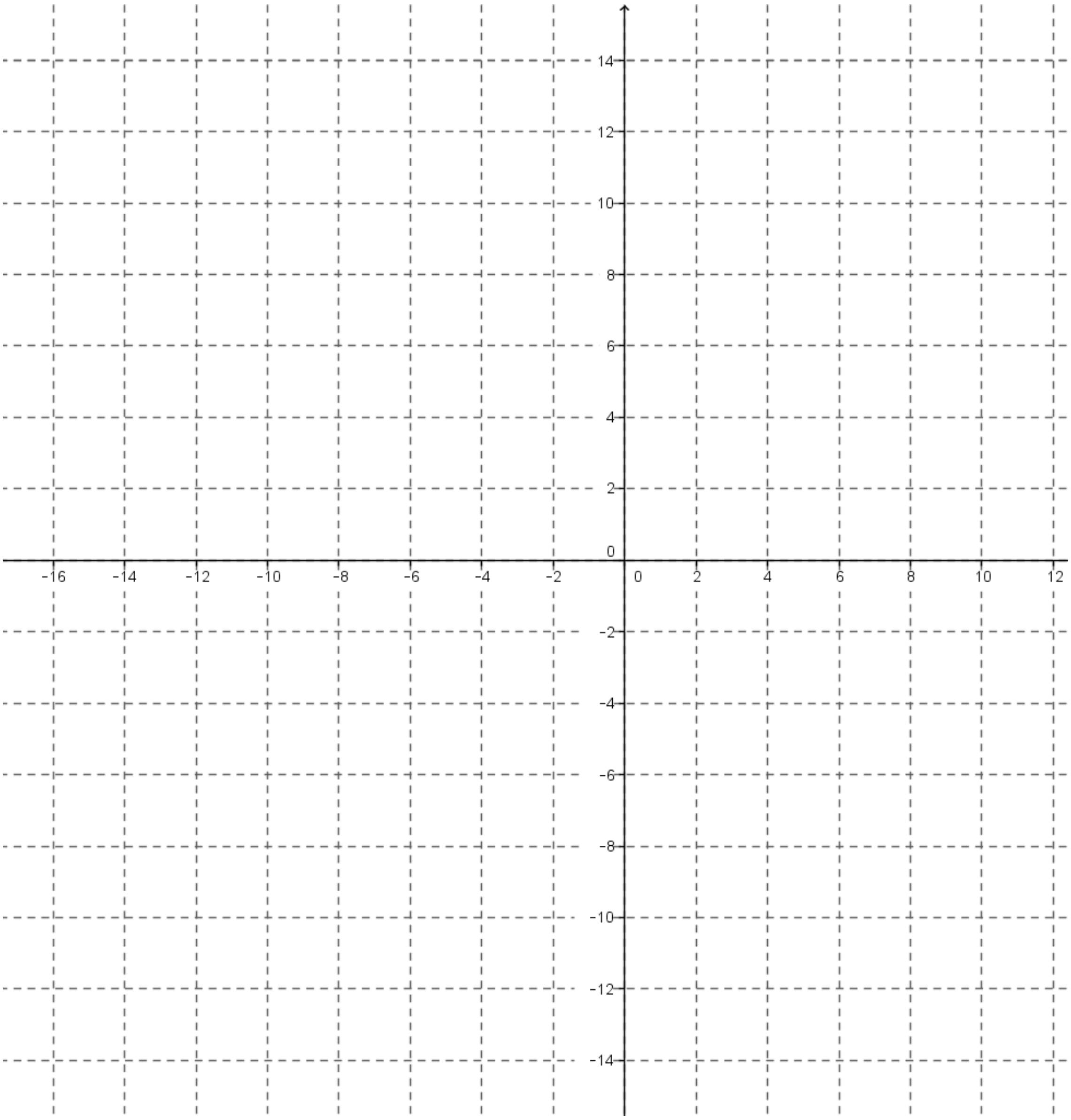
Partie A

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction *f*.

2) Compléter le tableau de valeurs suivant. Les résultats seront arrondis à 0,1 près.

x	– 15	– 10	– 8	– 7	– 6	– 5	– 4	– 3	0	5	10
f(x)											

3) Tracer la courbe de f sur [– 15 ; 10] dans le repère ci-dessous :



4) Dresser le tableau de variations de f sur [– 15 ; 10].

5) Résoudre algébriquement : $f(x) \leq 0$.

6) Résoudre algébriquement : $f(x) = 10$.

Partie B

1) On donne l'algorithme suivant :

```
X prend la valeur 0
Y prend la valeur 5
Tant que Y > 4
      X prend la valeur X + 1
      Y prend la valeur (5X + 50) / (2X + 10)
       Fin tant que
Afficher X
```

Le faire fonctionner à la main en complétant le tableau : (on ne demande pas de le programmer dans la calculatrice)

X	0	1			
Y	5				
Y > 4	Vrai				

2) Quel affichage renvoie cet algorithme ?
3) Quel est le rôle de cet algorithme ?
4) Modifier cet algorithme pour qu'il donne une valeur approchée de la solution de l'équation : $f(x) = 3{,}4$.