

23 Le quadrilatère de Varignon

Objectif

Développer une démarche expérimentale, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

ABCD est un quadrilatère.

I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [DA].

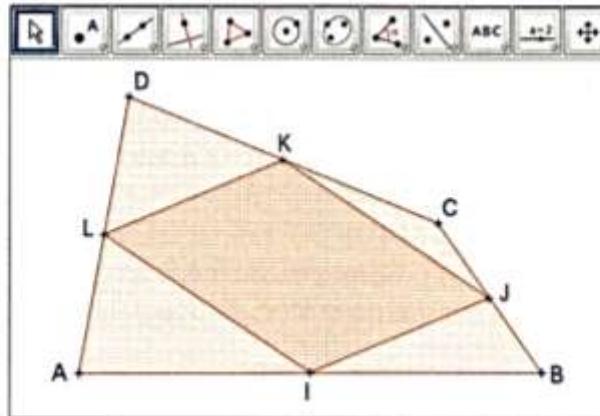
On se propose d'étudier la nature du quadrilatère IJKL selon celle du quadrilatère ABCD.


1

Conjecture avec GeoGebra

Fascicule p. II

a) Réaliser la figure ci-dessous avec GeoGebra.



- b) Tester le parallélisme des droites (IJ) et (KL), (IL) et (JK) avec le bouton  Relation entre deux objets. Conjecturer la nature du quadrilatère IJKL.
- c) Déformer le quadrilatère ABCD et tester la conjecture précédente.
- d) Semble-t-il que l'on puisse choisir le quadrilatère ABCD de façon que IJKL soit un rectangle? un losange? un carré?

2

Une preuve

- a) Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles, puis qu'il en est de même des droites (IL) et (JK). En déduire la nature du quadrilatère IJKL.
- b) On suppose que ABCD est un rectangle. Quelle est alors la nature de IJKL? Justifier.
- c) On suppose que ABCD est un losange. Quelle est alors la nature de IJKL? Justifier.
- d) Quelle est la nature de IJKL lorsque ABCD est un carré? Justifier.



24 Utiliser une symétrie

Objectif

Conjecturer avec un logiciel de géométrie dynamique, puis démontrer.

\mathcal{C} et \mathcal{C}' sont deux cercles de même rayon R et de centres respectifs O et O' .

\mathcal{C} et \mathcal{C}' sont sécants en A et B .


La droite (AO) recoupe \mathcal{C}' en C et \mathcal{C} en D .

La droite (AO') recoupe \mathcal{C}' en K et \mathcal{C} en L .

Les droites (CK) et (LD) se coupent en M .

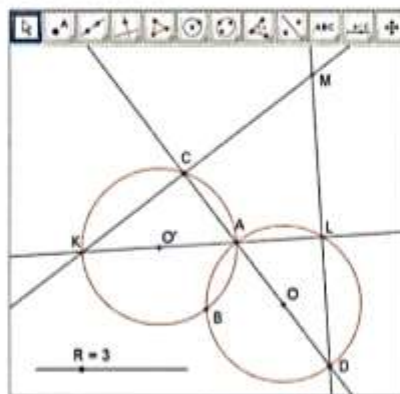
On se propose de savoir si les points A , B , M sont alignés ou non.


1 Conjecture avec GeoGebra ▶ Fascicule p. 11

a) Créer un curseur R allant de 0 à 10 avec un incrément de 0,1 (utiliser  Curseur).

b) Créer des cercles de centre O , rayon R et de centre O' , rayon R (utiliser  Cercle (centre-rayon)).

c) Terminer la réalisation de la figure ci-dessous.



d) Tester l'alignement des points A , B , M avec le bouton  Relation entre deux objets.

e) Déplacer le curseur et émettre une conjecture pour les points A , B , M .

2 Une preuve

a) La figure formée par les deux cercles \mathcal{C} et \mathcal{C}' admet pour axes de symétrie la droite (OO') et une droite d . Quelle est cette droite d ?

b) Par la symétrie par rapport à d , quelle est l'image de la droite (AO) ?

c) C et D sont les points d'intersection de la droite (AO) avec respectivement \mathcal{C}' et \mathcal{C} .

Quelles sont les images de C et D par la symétrie par rapport à d ? Pourquoi?

d) Quelle est la symétrique de la droite (CK) par rapport à la droite d ?

e) Lorsqu'une droite et sa symétrique par rapport à d sont sécantes, que peut-on dire de leur point d'intersection? Conclure.