

DS seconde 504 20/03/2018

Mathématiques

EXERCICE 1

10 points

On définit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - x - 6$

1. Montrer que $f(x) = (x+2)(x-3)$

$$(x+2)(x-3) = x^2 + 2x - 3x - 6 = x^2 - x - 6 = f(x)$$

2. Montrer que $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{25}{4} = x^2 - x - \frac{24}{4} = x^2 - x - 6 = f(x)$$

3. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	6	2,75	0	-2,25	-4	-5,25	-6	-6,25	-6	-5,25	-4	-2,25	0	2,75

4. Dresser le tableau de variations de f

x	-3	1/2	3,5
f'(x)	-		+
f(x)	6	-25/4	2,75

5. Résoudre algébriquement $f(x) \geq 0$

Par un tableau de signes avec l'expression de la question 1), on a : $S =]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$

6. Résoudre algébriquement $f(x) = -6$

$$x^2 - x = 0 \iff x(x-1) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = 1$$

EXERCICE 2

10 points

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(3;4)$, $B(6;5)$ et $C(7;2)$.

1. Placer les points dans un repère

2. Déterminer par le calcul les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme

[AC] et [BD] ont même milieu donc $5 = \frac{6+x}{2}$ et $3 = \frac{5+y}{2}$. Donc $D(4;1)$

3. Conjecturer la nature exacte de $ABCD$

Il semble que $ABCD$ soit un carré.

4. Démontrer avec soin votre conjecture

ABCD est un parallélogramme .

Calculons AB , BC et AC .

$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(7-6)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(7-3)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{20}$$

$AB = BC$ donc ABCD est un losange

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc par la réciproque de Pythagore , ABC est un triangle rectangle en B donc ABCD est aussi rectangle .

ABCD est donc un carré

5. Déterminer par le calcul une équation de (BC)

$$y = -3x + 23$$