1 Forme canonique

A retenir

Pour une fonction de la forme $f(x) = ax^2 + bx + x$, la forme canonique est donnée par $f(x) = a\left(x - (\frac{-b}{2a})\right)^2 + f(-\frac{b}{2a})$ et les coordonnées de l'extremum sont $\left(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})\right)$

Si $a > 0$, f est d'abord décroissante puis croissante et admet donc un minimum .
Si $a < 0$, f est d'abord croissante puis décroissante et admet donc un maximum .

Exercice 1

Pour chaque fonction donnée sous sa forme canonique , indiquer les coordonnées de l'extremum et préciser s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum .

$f(x) = 2(x-5)^2 + 3$:

$f(x) = -(x+8)^2 - 15$:

$f(x) = -3(x-9)^2 + 16$:

$f(x) = (x+1)^2 - 2$:

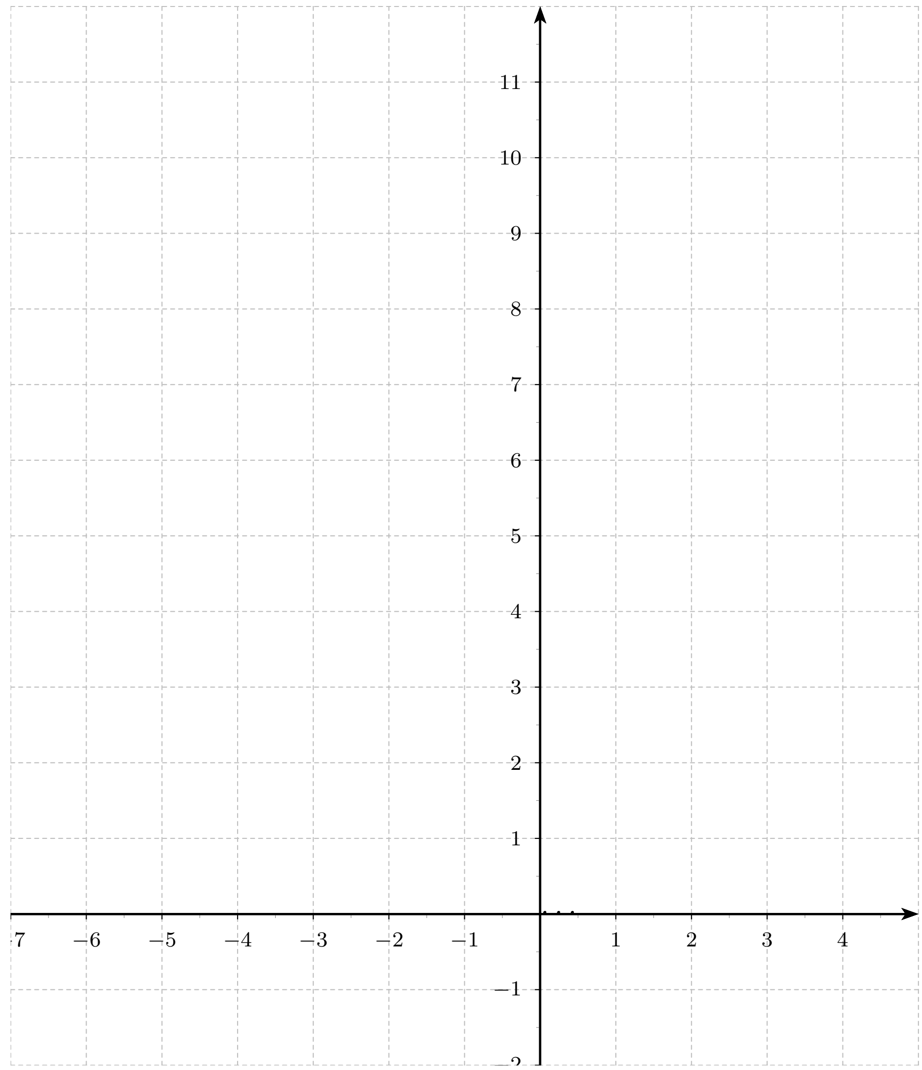
Exercice 2

Tracer les courbes représentatives des fonctions données ci-dessous . Pour cela , on calculera les coordonnées de l'extremum puis les coordonnées de deux autres points .

$f(x) = x^2 - 4x + 8$ *en bleu .*

$f(x) = -3x^2 + 12x - 1$ *en rouge .*

$f(x) = -x^2 - 6x + 2$ *en noir .*



Exercice 3

Dresser les tableaux de variations des fonctions ci-dessous , sans faire de calculs supplémentaires :

$f(x) = -2(x-5)^2 + 10$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

$f(x) = (x+8)^2 - 4$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Exercice 4
Factoriser chaque fonction :

$f(x) = (x-5)^2 - 16 =$

$f(x) = (x-4)^2 - 36 =$

$f(x) = (x-2)^2 - 10 =$

$f(x) = 2(x-1)^2 - 18 =$

$f(x) = 3(x-2)^2 - 7 =$

$f(x) = -(x+8)^2 + 9 =$

$f(x) = -2(x-4)^2 + 12 =$

Exercice 5
Résoudre les équations suivantes :

$(x-5)(x+4) = 0$

$3(x-4)(x+7) = 0$

$2(x-2+\sqrt{5})(x+2-\sqrt{5}) = 0$

$5(x-4+\sqrt{7})(x+4-\sqrt{7})) = 0$

Exercice 6
Mettre chaque fonction sous forme canonique :

$f(x) = x^2 - 4x - 8$:

$f(x) = 2x^2 - 6x - 3$:

$f(x) = 3x^2 - 5x - 2$:

$f(x) = -2x^2 + 12x - 5$:

Exercice 7
Compléter pour mettre directement sous forme canonique :

$f(x) = x^2 - 4x - 6 = (x - \ldots\ )^2 - \ldots\ \ - 6 =$

$f(x) = x^2 - 8x + 2 = (x - \ldots\ )^2 - \ldots\ \ + 2 =$

$f(x) = x^2 - 10x + 3 =$

$f(x) = 2x^2 - 24x + 18 = 2[(x^2 - \ldots\ \ x + \ldots\ ] = 2[$

$f(x) = 3x^2 - 6x + 12 =$

2 Etude de fonctions

Exercice 8
Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 8x - 42$

Montrer que $f(x) = 2(x-2)^2 - 50$:

Montrer que $f(x) = 2(x+3)(x-7)$:

Utiliser la meilleure expression pour calculer $f(0)$

Utiliser la meilleure expression pour résoudre $f(x) \geq 0$.

Utiliser la meilleure expression pour dresser le tableau de variations de f sur $[0;5]$*:*

Exercice 9
Soit la fonction f définie par $f(x) = -3x^2 - 3x + 6$

Montrer que $f(x) = -3\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{27}{4}$ *:*

Montrer que $f(x) = -3(x-1)(x+2)$ *:*

Utiliser la meilleure expression pour calculer $f(1)$

Utiliser la meilleure expression pour calculer $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

Utiliser la meilleure expression pour résoudre $f(x) \leq \dfrac{27}{4}$ *:*

Utiliser la meilleure expression pour résoudre $f(x) = 6$

Exercice 10
Soit f la fonction définie par : $f(x) = -2x^2 - 4x + 16$

Donner la forme canonique de f :

Factoriser f

Utiliser la meilleure expression pour calculer $f(0)$

Utiliser la meilleure forme pour résoudre $f(x) \leq 0$*:*

Utiliser la meilleure forme pour résoudre $f(x) < 16$