Info

Le **développement décimal** d'un nombre réel est sa décomposition selon les puissances de 10. Par exemple :

$\frac{13}{8} = 1{,}625 = 1 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$.

Ce développement peut être **illimité**, comme c'est le cas pour $\pi = 3{,}141592654...$

1. Calculer

a. Poser et effectuer la division de 3 254 par 990. Que constate-t-on ?

Info

On appelle **période** d'un développement décimal la séquence de chiffres (si elle existe) se répétant indéfiniment.

Par exemple, 86 est la période du nombre rationnel

$\frac{3\,254}{990} = 3{,}286868686...$; on note : $3{,}2\overline{86}$.

La **longueur de la période** est le nombre de chiffres qui la constitue (ici, 2).

b. Déterminer la période des développements décimaux des nombres rationnels suivants.

$\frac{231}{90}$ $\quad -\frac{28}{39}$ $\quad \frac{173}{36}$ $\quad -\frac{17}{11}$ $\quad \frac{5\,123}{999}$ $\quad \frac{68}{21}$

2. On considère la propriété (admise) suivante.

Si x est un nombre rationnel positif dont la période de longueur n débute juste après la virgule, alors $10^n \times x - x \in \mathbb{Z}$.

a. Vérifier cette propriété sur les nombres suivants.

$3{,}\overline{2}$ $\quad 0{,}\overline{25}$ $\quad 2{,}\overline{201}$ $\quad \frac{1}{7}$

b. Quelle est l'écriture fractionnaire de la solution de l'équation $10x - x = 29$?

En déduire l'écriture fractionnaire de $3{,}\overline{2}$.

c. Appliquer cette même méthode pour déterminer les écritures fractionnaires de $0{,}\overline{25}$ et $2{,}\overline{201}$.

d. Cette méthode s'applique-t-elle à $A = 1{,}052\overline{86}$?

Poser $B = 1\,000 \times A$ et appliquer la méthode à B.

En déduire l'écriture fractionnaire de A.

3. a. Quelle est l'écriture fractionnaire de $1{,}\overline{9}$? de $3{,}4\overline{9}$? de $0{,}\overline{9}$?

b. Conclure sur l'unicité du développement décimal.