NOM

Exercice 1 (11 points)
Dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ *, on donne les points* $A(-2;-2)$, $B(-3;1)$ *et* $C(4;0)$

Faire une figure et la compléter tout au long de l'exercice .

1. *Calculer les coordonnées de* $\overrightarrow{AB}(-1;3)$
2. *Calculer* AB *,* AC *et* BC *. En déduire la nature de* ABC *.*
   $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
   $AC = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}$
   $BC = \sqrt{49+1} = 5\sqrt{2}$
   On a donc : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ *donc* ABC *est un triangle rectangle en* A *.*
3. *Calculer les coordonnées de* D *tel que* $ABCD$ *soit un parallélogramme .*
   $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \iff 4 - x = -1$ *et* $-y = 3$ *donc D(5;-3)*
4. *Soit* M *le point tel que :* $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
   (a) *Calculer les coordonnées de* M
   $x + 2 = \dfrac{1}{2} \times 6 - \dfrac{1}{2} \times (-1)$ *et* $y + 2 = \dfrac{1}{2} \times 2 - \dfrac{1}{2} \times 3$ *donc* $M(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{5}{2})$
   (b) *Montrer que M est le milieu de [AD]*
   Par la formule du cours , le milieu de [AD] a pour coordonnées :$(\dfrac{-2+5}{2}; \dfrac{-2-3}{2})$
   c'est à dire $(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{5}{2})$ *. C'est bien le point M .*
5. *Déterminer par le calcul une équation de (CM)*
   Soit N(x;y) un point de (CM) alors :
   $-\dfrac{5}{2}y + \dfrac{5}{2}(x-4) = 0 \iff x - y - 4 = 0$
6. *Déterminer par le calcul une équation de (AB)*
   Soit N(x;y) un point de (AB) alors :
   $-(y+2) - 3(x+2) = 0 \iff -3x - y - 8 = 0$
7. *Déterminer par le calcul les coordonnées de I intersection de (CM) et (AB)*
   On résout le système :$\begin{cases} x - y = 4 \\ -3x - y = 8 \end{cases}$
   D'où : $4x = -4 \iff x = -1$ *et* $y = x - 4 = -5$ *donc I(-1;-5)*

Exercice 2 (11 points)
Soit la fonction f définie sur [-1;5] par $f(x) = -2(x-2)^2 + 8$

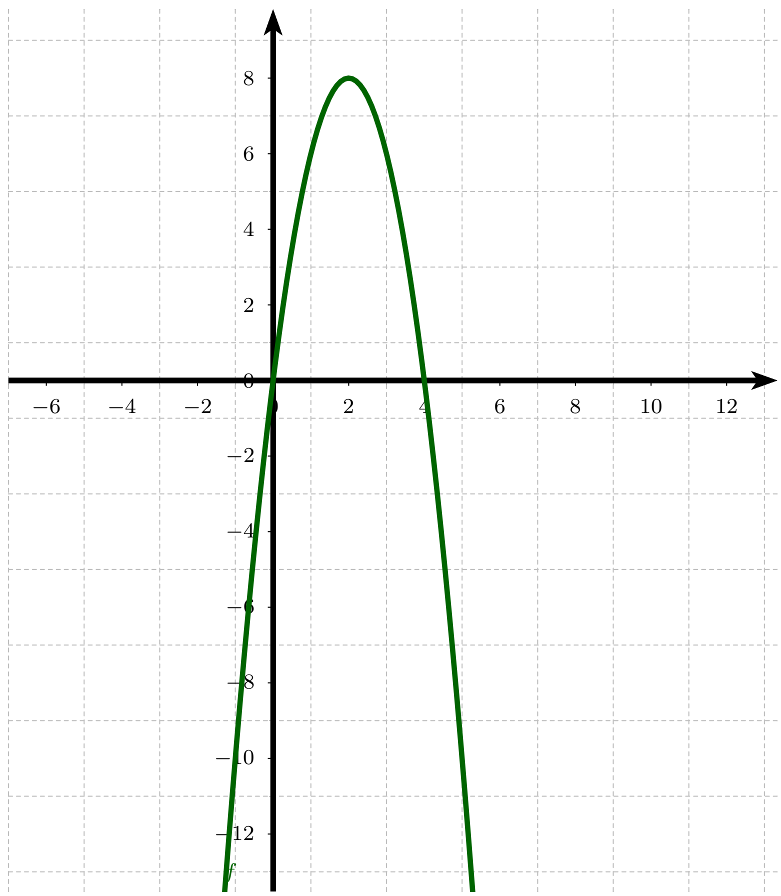
1. (a) *Le point A(2;7) appartient-il à la courbe de f ? Justifier la réponse .*
   $f(2) = 0 + 8 = 8$ *donc* A *n'appartient pas à la courbe de* f *.*

   (b) *Déterminer la forme développée de f*
   $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) + 8 = -2x^2 + 8x$

   (c) *Factoriser f .*
   $f(x) = 2x(-x + 4)$

   (d) *Résoudre algébriquement* $f(x) \geq 0$
   En utilisant un tableau de signes , on trouve : [0;4]

2. (a) *Tracer la courbe de f*



   (b) *Résoudre graphiquement* $f(x) = 6$
   Les solutions sont $x = 1$ *et* $x = 3$

   (c) *Dresser le tableau de variations de f*

x	-1	2	5
$f(x)$	-10	8	-10

(d) *Préciser les éventuels extrema de f .*

La fonction f admet un maximum pour $x = 2$ et ce maximum vaut 8

Exercice 3 (5 points)
Voici un algorithme de calcul :

```
def determination(x):
z=x+4
t=7-x
y=z/t
return(y)
```

1. *Appliquer l'algorithme pour trouver determination(6) .*

   10

2. *Ecrire la formule qui exprime le résultat de cet algorithme en fonction de x .*

   $\frac{x+4}{7-x}$

3. *Cet algorithme peut il être appliqué à n'importe quel nombre x ? Justifier la réponse .*

   Non car 7 est valeur interdite de la fonction donc on ne peut pas déterminer determination(7)

4. *Modifier l'algorithme pour qu'il affiche l'image , si elle existe , d'un nombre x , par la fonction $f(x) = \frac{x+4}{7-x}$ et qu'il affiche "pas d'image" dans le cas contraire .*

```
def determination(x):
    if x==7:
        print("pas d'image")
    else:
    print((x+4)/(7-x))
```

Exercice 4 (5 points)
Démontrer que si a et b sont des multiples de c , alors $a + b$ est un multiple de c .

Exercice 5 (8 points)
Dans le repère ci-contre , on a placé des points et une droite d .

1. *Dans le même repère , tracer la droite d' d'équation : $y = 2x - 3$*

2. *Déterminer l'équation de d*

   $y = -x + 4$

3. *Placer E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$*

4. *Tracer l'orthocentre H du triangle ABC .*

5. *Placer le point F(x;y) qui vérifie :* $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x - y = -4 \end{cases}$