**Exercice 1 (10 points )**

*Partie A*

*Charlotte décide d'encadrer une gravure dans un cadre rectangulaire de largeur constante . La gravure mesure 30 cm sur 45 cm et le cadre a une largeur de x cm . Charlotte ne souhaite pas que le cadre ait une largeur supérieure à 10 cm .*

1. *A quel intervalle appartient x ?*

   $x \in [0;10]$

2. *Si le cadre a une largeur de 2 cm , quelle sera l'aire totale de la gravure et du cadre ?*

   $34 \times 49 = 1666\ cm^2$

3. *On appelle f la fonction qui à x associe l'aire totale de la gravure et du cadre. Déterminer l'expression de f en fonction de x*

   $f(x) = (30+2x)(45+2x) = 4x^2 + 150x + 1350$

*Partie B*

*On donne g la fonction définie sur [0;10] telle que* $g(x) = 2(2x-7)(x+41)$

1. *Développer* $g(x) = 4x^2 + 150x - 574$

2. *Résoudre* $g(x) > 0$

   *Par tableau de signes :* $x \in ]\frac{7}{2};10[$

3. *Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant*

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g(x) | -574 | -420 | -258 | -88 | 90 | 276 | 470 | 6 |

4. *Tracer la courbe de la fonction g*

5. *On appelle h la fonction qui à x associe l'aire du cadre seul .*

   (a) *Exprimer h en fonction de x*
   $h(x) = f(x) - 30 \times 45 = 4x^2 + 150x$

   (b) *Développer* $2(2x+85)(x-5) = 4x^2 + 150x - 850$

   (c) *Résoudre par le calcul* $h(x) > 850$
   $h(x) > 850 \iff 2(2x+85)(x-5) > 0$
   *Par tableau de signes :* $x \in ]5;10[$

6. *Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire de la gravure et du cadre est supérieure à 1924* $cm^2$

   $f(x) > 1924 \iff 4x^2 + 150x + 1350 > 1924 \iff 4x^2 + 150x - 574 > 0 \iff g(x) > 0 \iff x \in ]\frac{7}{2};10[$ *par la question B) 2) .*

7. *Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire du cadre seul est supérieur à 850* $cm^2$ *.*

   *Par la question B)5)c) ,* $x \in ]5;10[$

**Exercice 2 ( 8 points )**
*Soit f la fonction définie par* $f(x) = \dfrac{6-x}{2-x}$

1. *Résoudre par le calcul :* $f(x) < 0$

   *Par tableau de signes :* $x \in ]2;6[$

2. *Résoudre par le calcul :* $f(x) \geq 4 \iff \dfrac{6-x-8+4x}{2-x} \geq 0 \iff \dfrac{3x-2}{2-x} \geq 0$

   *Par tableau de signes :* $x \in [\dfrac{2}{3};2[$

3. *Tracer la courbe de f sur [-6;10]*

4. *Soient les points A(-2;2) et B(6;0) . Déterminer une équation de la droite (AB)*

   *Soit M(x;y) un point de (AB)*

   $\overrightarrow{AM}(x+2;y-2)$ *et* $\overrightarrow{AB}(8;-2)$ *sont colinéaires donc :*

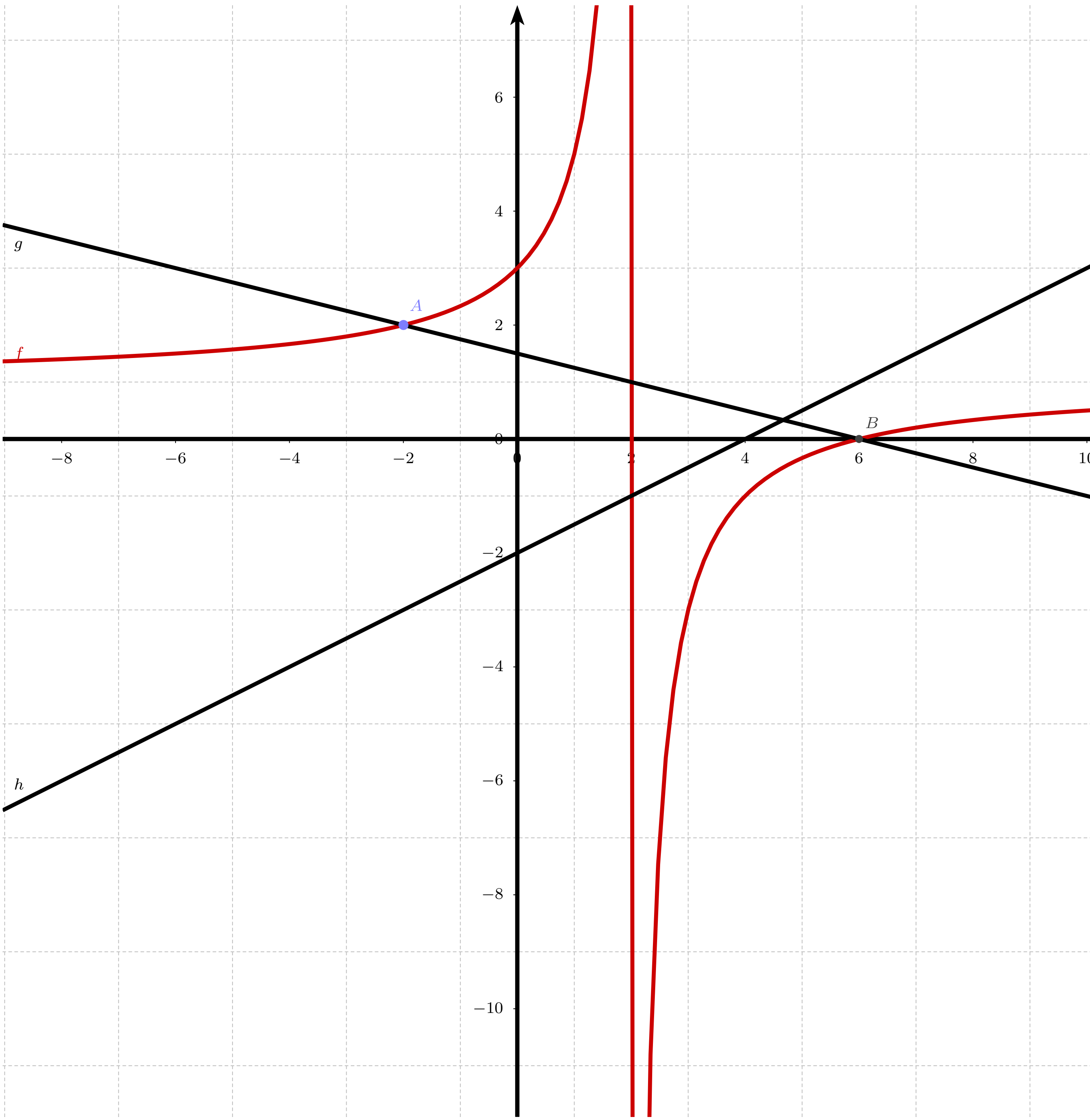
   $8(y-2)+2(x+2)=0 \iff 2x+8y-12=0 \iff x+4y-6=0$

5. *Tracer la droite d d'équation* $y = \dfrac{1}{2}x - 2$

6. *Déterminer par le calcul l'intersection de d et de (AB)*

   $-\dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}x - 2 \iff x = \dfrac{14}{3}$

   $y = \dfrac{1}{3}$




**Exercice 3 (10 points )**

*On donne dans un repère orthonormé les points A(3;6) , B(7;8) et C(9;4). On note E le milieu de [AB] et F le milieu de [BC]*

1. *Faire une figure*

2. *Déterminer par le calcul les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme*

*Soit D(x;y)*

$\overrightarrow{AB}(4;2)$ *et* $\overrightarrow{DC}(9-x;4-y)$ *sont égaux .*

$x = 5$ *et* $y = 2$

*D(5;2)*

3. *Montrer que ABCD est un losange*

   $AB = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

   $BC = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

   *ABCD est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont égaux donc c'est un losange .*

4. *Soit I défini par* $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BE}$ *.*

   (a) *Placer I*

   (b) *Déterminer par le calcul les coordonnées de I*

   $E(5;7)$

   *Soit I(x;y)*

   $x - 3 = 4 + 2 \iff x = 9$

   $y - 6 = -8 + 1 \iff y = -1$

   *I(9;-1)*

5. *Déterminer par le calcul une équation de la médiane d issue de C dans le triangle BAC*

   *C'est la droite (CE)*

   *Soit M(x;y) un point de (CE)*

   $\overrightarrow{CE}(-4;3)$ *et* $\overrightarrow{CM}(x-9;y-4)$ *sont colinéaires donc :* $-4(y-4) - 3(x-9) = 0 \iff -3x - 4y + 43 = 0$

6. *Déterminer par le calcul une équation de la médiane d' issue de A dans le triangle ABC*

   *C'est la droite (AF)*

   *F(8;6)et A(3;6)*

   *Donc :* $y = 6$

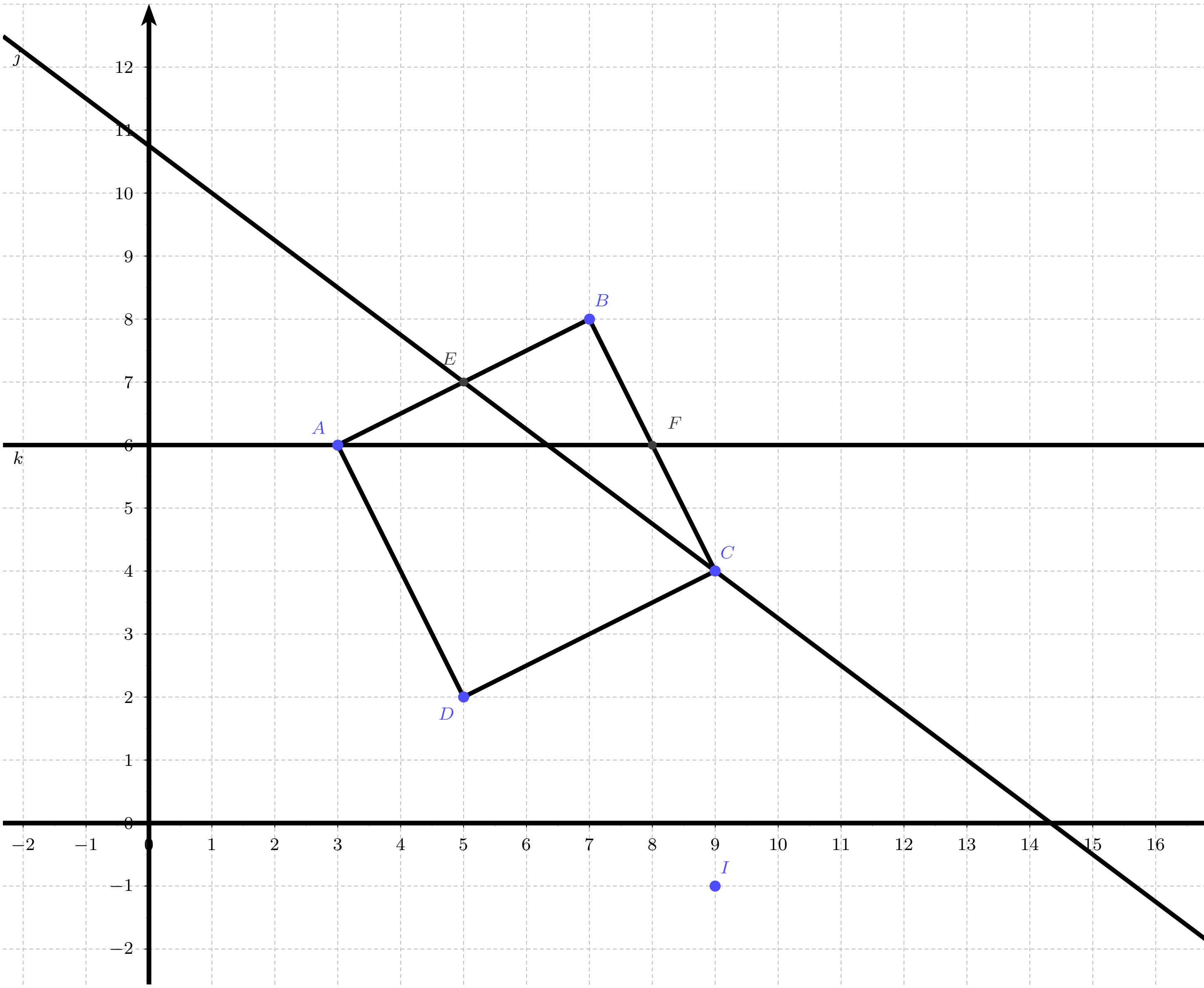
7. *Déterminer par le calcul les coordonnées du centre de gravité de ABC .*

   *Le centre de gravité est le point d'intersection des médianes donc l'intersection de d et de d' :*

   $y = 6$

   $-3x - 4y + 43 = 0 \iff -3x - 24 + 43 = 0 \iff -3x + 19 = 0 \iff x = \frac{19}{3}$

   *Le centre de gravité a pour coordonnées :* $(\frac{19}{3};6)$


j
k
A
B
C
D
E
F
I
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

**Exercice 4 (5 points )**
*La location quotidienne d'une voiture coûte 50 euros plus : 0,25 euro par kilomètre parcouru jusqu'à 100 km puis 0,35 euro par kilomètre au delà .*

1. *Calculer le prix payé par un automobiliste qui a parcouru 150 km .*

   $50 + 0,25 \times 100 + 0,35 \times 50 = 92,5$ *euros*

2. *On donne l'algorithme suivant :*

```
def location(D) :
    if D <=100  :
        P=50+ 0,25*D
    else :
        P =75+0,35*(D-100)
    print(P)
```

   *Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il calcule le prix à payer selon le nombre de kilomètres parcourus .*

**Exercice 5 (7 points )**
*Soit ABCD un parallélogramme . Soit E tel que* $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{DC}$ *Soit F tel que* $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AD}$ *Soit G tel que* $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DE} - 2\overrightarrow{DB}$

1. *Faire une figure*

2. *On se place dans le repère* $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$ .

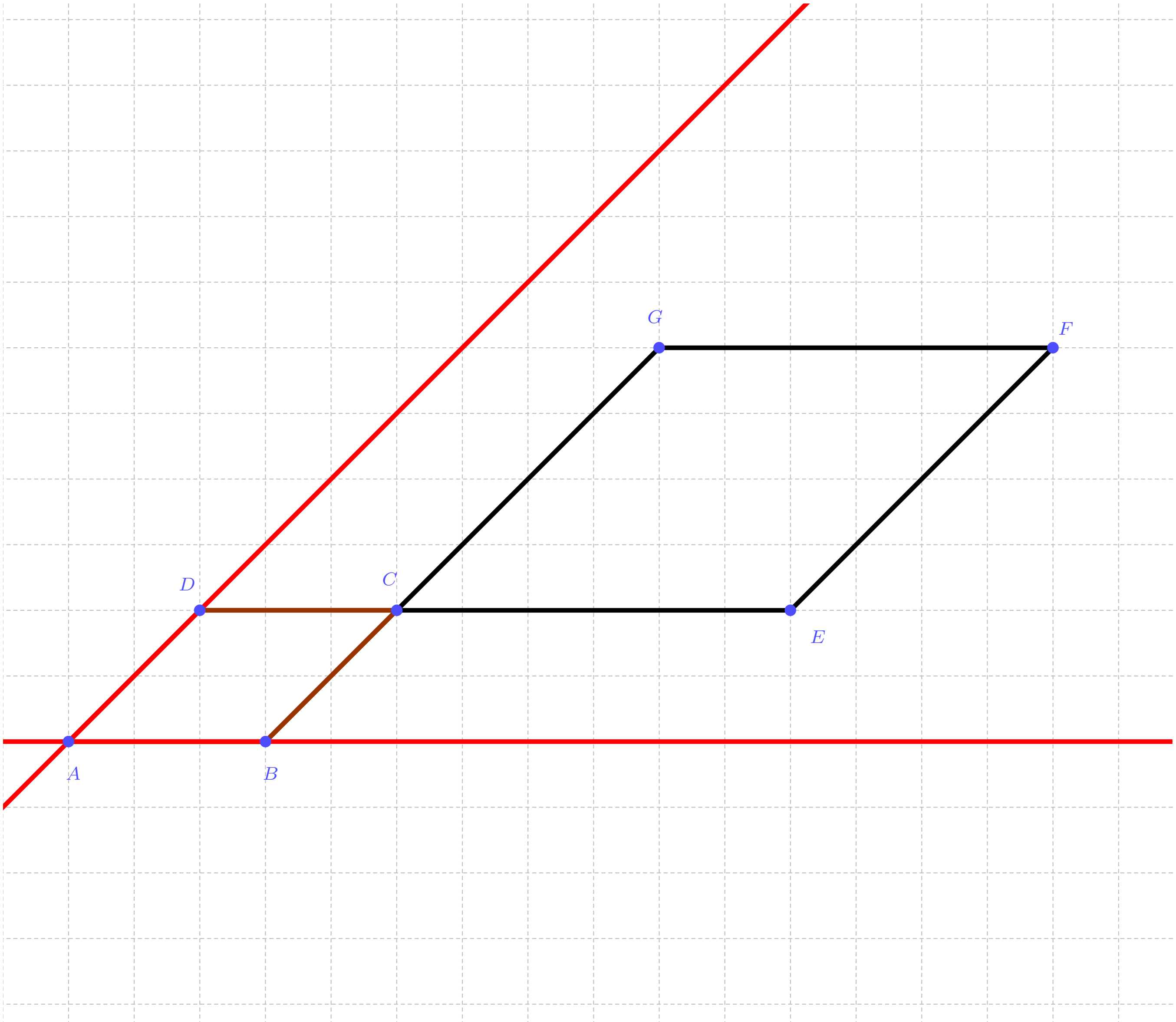
   (a) *Donner les coordonnées de A(0;0) , B(1;0) , C(1;1) , D(0;1) , E(3;1) , F(3;3) et G(1;3)*

   (b) *Les droites (DG) et (BE) sont elles parallèles ? Justifier par un calcul .*

   *Le coefficient directeur de (DG) est* $\dfrac{2}{1} = 2$

   *Le coefficient directeur de (BE) est :* $\dfrac{1}{2}$

   *Les droites ont des coefficients directeurs différents donc elles ne sont pas parallèles .*


G
F
D
C
E
A
B