Exercice 1 (10 points)

Partie A

Soit ABCD un rectangle tel que $AB = 14$ et $AD = 10$. On construit un quadrilatère quelconque EFGH tel que $AF = BG = CH = DE = x$

1. *A quel intervalle appartient x ?*

   $x \in [0; 10]$

2. *Exprimer AE en fonction de x .*

   $AE = 10 - x$

3. *En déduire l'aire du triangle AEF*

   $Aire(AEF) = \dfrac{x(10-x)}{2}$

4. *On appelle f la fonction qui à x associe l'aire de EFGH . Déterminer l'expression de f en fonction de x*

   $f(x) = 140 - x(10 - x) - x(14 - x) = 2x^2 - 24x + 140$

Partie B

On donne g la fonction définie sur [0;10] telle que $g(x) = (2x - 14)(x - 5)$

1. *Développer $g(x) = 2x^2 - 24x + 70$*

2. *Résoudre $g(x) > 0$*

   Par tableau de signes : $x \in]0; 5[\cup]7; 10[$

3. *Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant*

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g(x)	70	48	30	16	6	0	-2	0	6	16	30

4. *Tracer la courbe de la fonction g*

5. (a) *Développer* $2((x - 6)^2 - 16) = 2x^2 - 24x + 40$

   (b) *Résoudre par le calcul* $f(x) > 100$

   $f(x) > 100 \iff 2x^2 - 24x + 140 > 100 \iff 2x^2 - 24x + 40 > 0 \iff 2((x - 6)^2 - 16) > 0 \iff 2(x - 10)(x - 2) > 0$

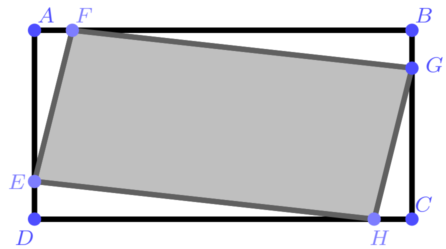
   Par tableau de signes : $x \in] - \infty; 2[\cup]10; +\infty[$

6. *Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire de EFGH est supérieure à 70*

   $f(x) > 70 \iff 2x^2 - 24x + 140 > 70 \iff g(x) > 0$ *et par la question 2) , on a :* $x \in]0; 5[\cup]7; 10[$

7. *Déterminer les valeurs de x pour lesquelles l'aire de EFGH est supérieure à 100 .*

   Par la question 5)b) , $x \in]0; 2[$



Exercice 2 (8 points)
Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{5-x}{3-x}$

1. *Résoudre par le calcul :* $f(x) > 0$

   Par un tableau de signes : $x \in]-\infty; 3[\cup]5; +\infty[$

2. *Résoudre par le calcul :* $f(x) \geq 3 \iff \dfrac{5-x-3(3-x)}{3-x} \geq 0 \iff \dfrac{2x-4}{3-x} \geq 0$

   Par tableau de signes :$x \in [2; 3[$

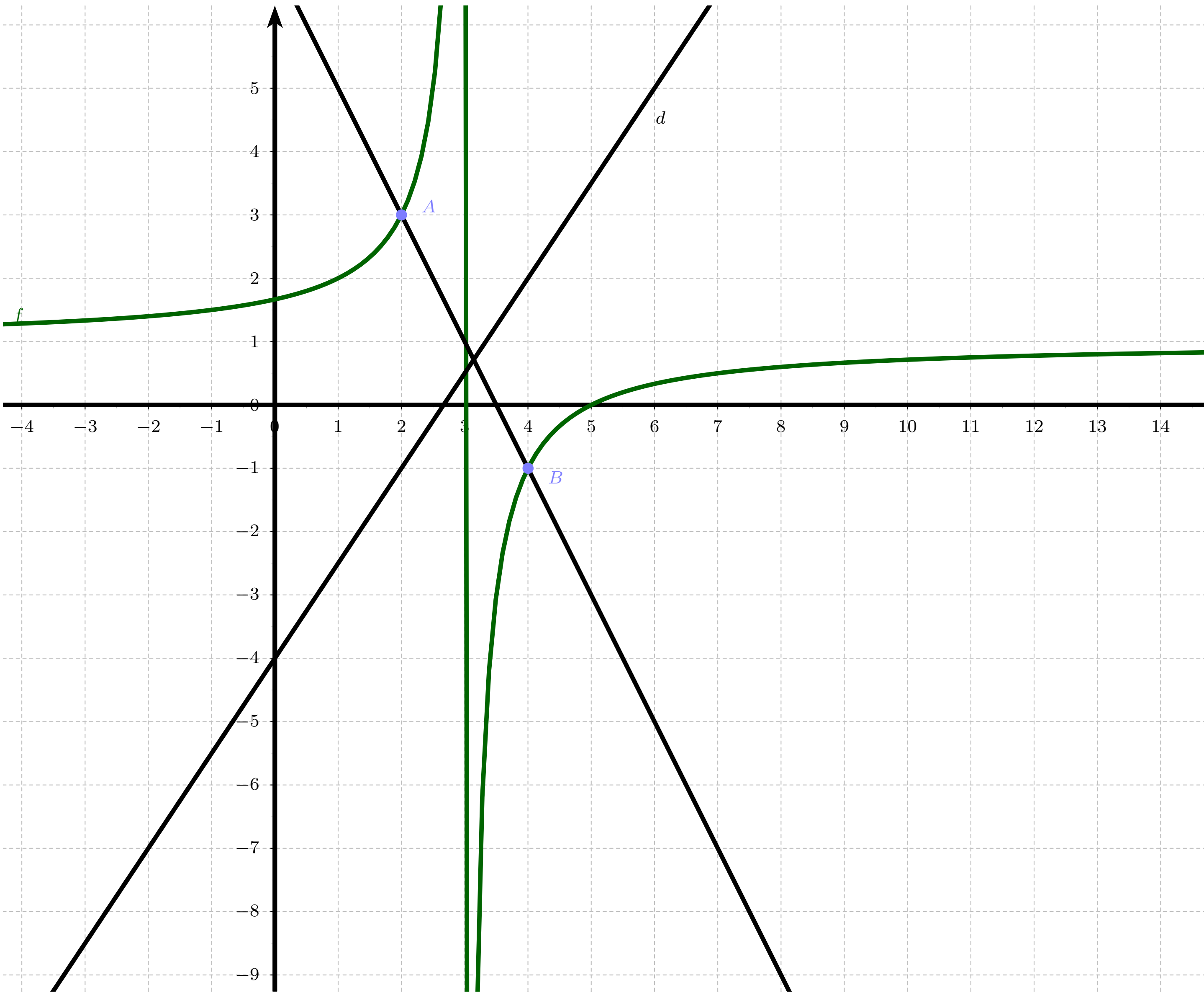
3. *Tracer la courbe de f sur [-3;10]*

4. *Soient les points A(2;3) et B(4;-1) . Déterminer une équation de la droite (AB)*
   $\overrightarrow{AB}(2; -4)$
   Soit M(x;y) un point de (AB)
   $\overrightarrow{AM}(x-2; y-3)$
   $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ *sont colinéaires donc :* $2(y-3) + 4(x-2) = 0 \iff 4x + 2y - 14 = 0 \iff 2x + y - 7 = 0$

5. *Tracer la droite d d'équation* $y = \dfrac{3}{2}x - 4$

6. *Déterminer par le calcul l'intersection de d et de (AB)*

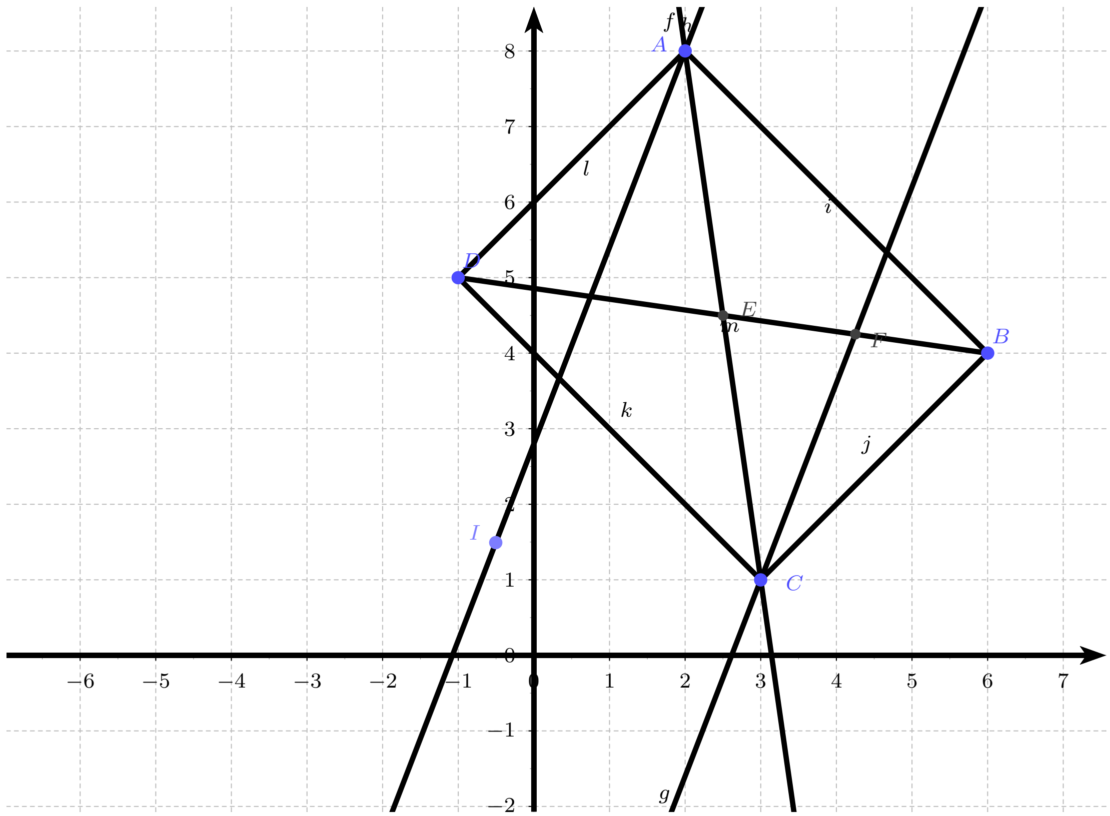
   $-2x + 7 = \dfrac{3}{2}x - 4 \iff x = \dfrac{22}{7}$ et $y = \dfrac{5}{7}$



Exercice 3 (10 points)

On donne dans un repère orthonormé les points A(2;8) , B(6;4) et C(3;1). On note E le milieu de [BD] et F le milieu de [EB]

1. *Faire une figure*



2. *Déterminer par le calcul les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme*

   Soit D(x;y) . ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB}(4;-4)$ *et* $\overrightarrow{DC}(3-x;1-y)$ *sont égaux .*

   $x=-1$ *et* $y=5$ *donc D(-1;5)*

3. *Montrer que ABCD est un rectangle*

   $AC=\sqrt{1+7^2}=5\sqrt{2}$

   $BD=\sqrt{7^2+1}=5\sqrt{2}$

   ABCD est un parallélogramme avec des diagonales de même longueur , c'est donc un rectangle .

4. *Soit I défini par* $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}$ *.*

   (a) *Placer I*

   (b) *Déterminer par le calcul les coordonnées de I*

   Soit I(x;y)

   $E(\frac{5}{2};\frac{9}{2})$

   $x-2=-6+\frac{7}{2} \iff x=-\frac{1}{2}$

   $y-8=-6-\frac{1}{2} \iff y=\frac{3}{2}$

$I(-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$

5. *Déterminer par le calcul une équation de la médiane d issue de C dans le triangle BEC*

   $F(\frac{17}{4};\frac{17}{4})$

   Soit M(x;y) un point de (CF)

   $\overrightarrow{CF}(\frac{5}{4};\frac{13}{4})$

   $\overrightarrow{CM}(x-3;y-1)$

   $\frac{5}{4}(y-1)-\frac{13}{4}(x-3)=0 \iff -13x+5y+34=0$

6. *Les droites d et (AI) sont-elles parallèles ? Justifier par le calcul .*

   Le coefficient directeur de (AI) est $\frac{-\frac{13}{2}}{-\frac{5}{2}}=\frac{13}{5}$

   Le coefficient directeur de d est $\frac{13}{5}$

   Les deux droites sont donc parallèles .

Exercice 4 (5 points)

Une association a mis en place des tarifs pour ses photocopies . Si on effectue 20 photocopies ou moins , l'unité est facturée 20 centimes Chaque photocopie supplémentaire est facturée 25 centimes .

1. *Calculer le prix à payer pour 35 photocopies .*

   $20\times 0,2+15\times 0,25=7,75$ *euros*

2. *On donne l'algorithme suivant :*

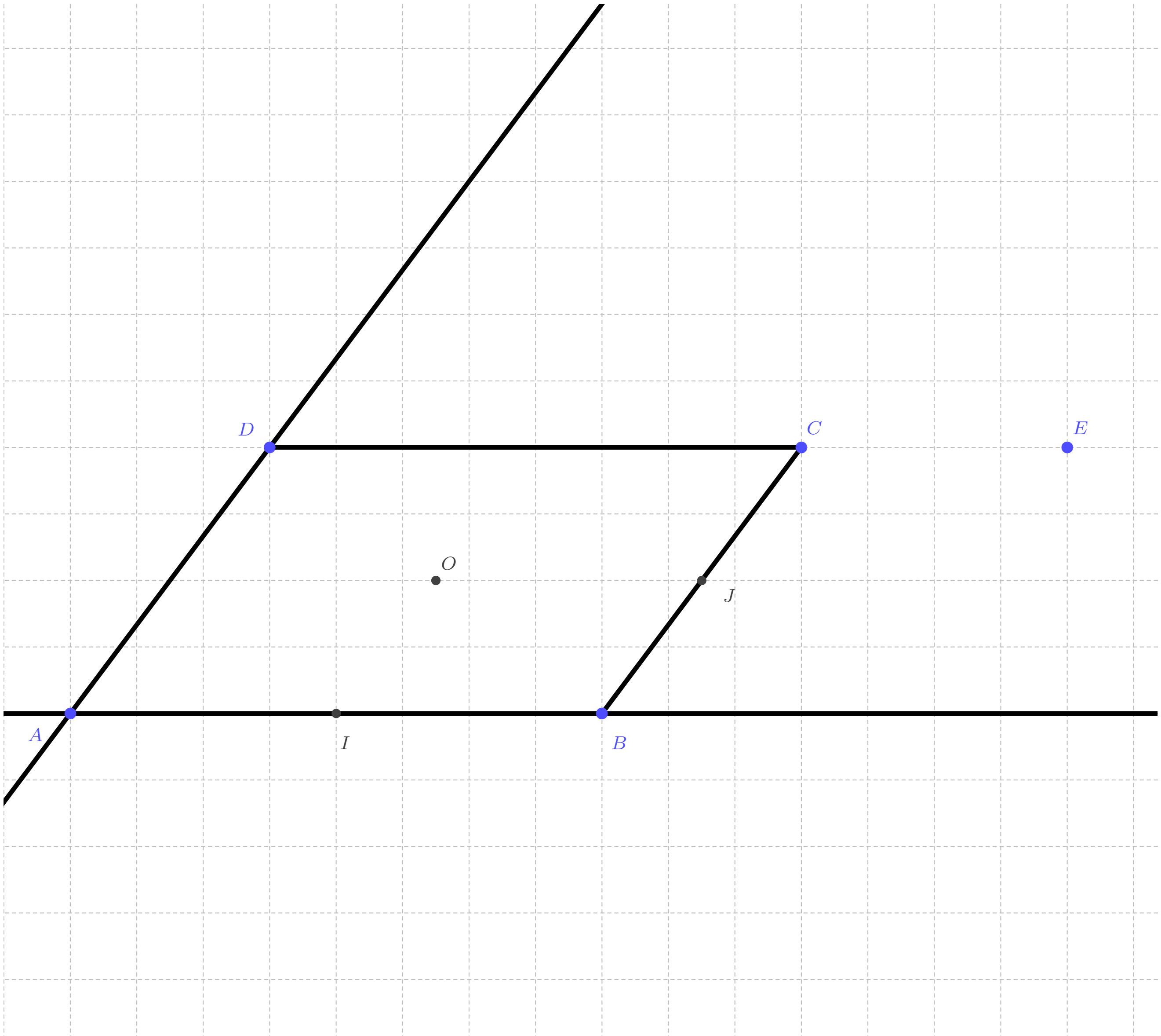
```
def prixphotocop(N) :
    if N <=20  :
        P= 0,20*N
     else :
        P = 0,20 * 20 + (N-20)*0,25
     print(P)
```

   Recopier et compléter l'algorithme pour qu'il calcule le prix à payer selon le nombre de photocopies .

Exercice 5 (7 points)

Soit ABCD un parallélogramme de centre O . On appelle I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC] Soit E tel que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{OJ}$

1. *Faire une figure*



2. On se place dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$.

   (a) Donner les coordonnées de A(0;0) , B(1;0) , C(1;1) , D(0;1) , $O(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$, $I(\frac{1}{2};0)$ et $J(1;\frac{1}{2})$.

   (b) Déterminer par le calcul les coordonnées de E
   Soit E(x;y)
   $x-1=0+\frac{1}{2} \iff x=\frac{3}{2}$
   $y=1+0=1$
   Donc $E(\frac{3}{2};1)$

(c) *Les points I , J et E sont-ils alignés ? Justifier par un calcul .*

$\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

$\overrightarrow{IE}(1;1)$

$\overrightarrow{IE} = 2\overrightarrow{IJ}$

Les vecteurs sont donc colinéaires et les points I ,J et E sont alignés