Exercice 1 (10 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (3x-6)^2 - 25$

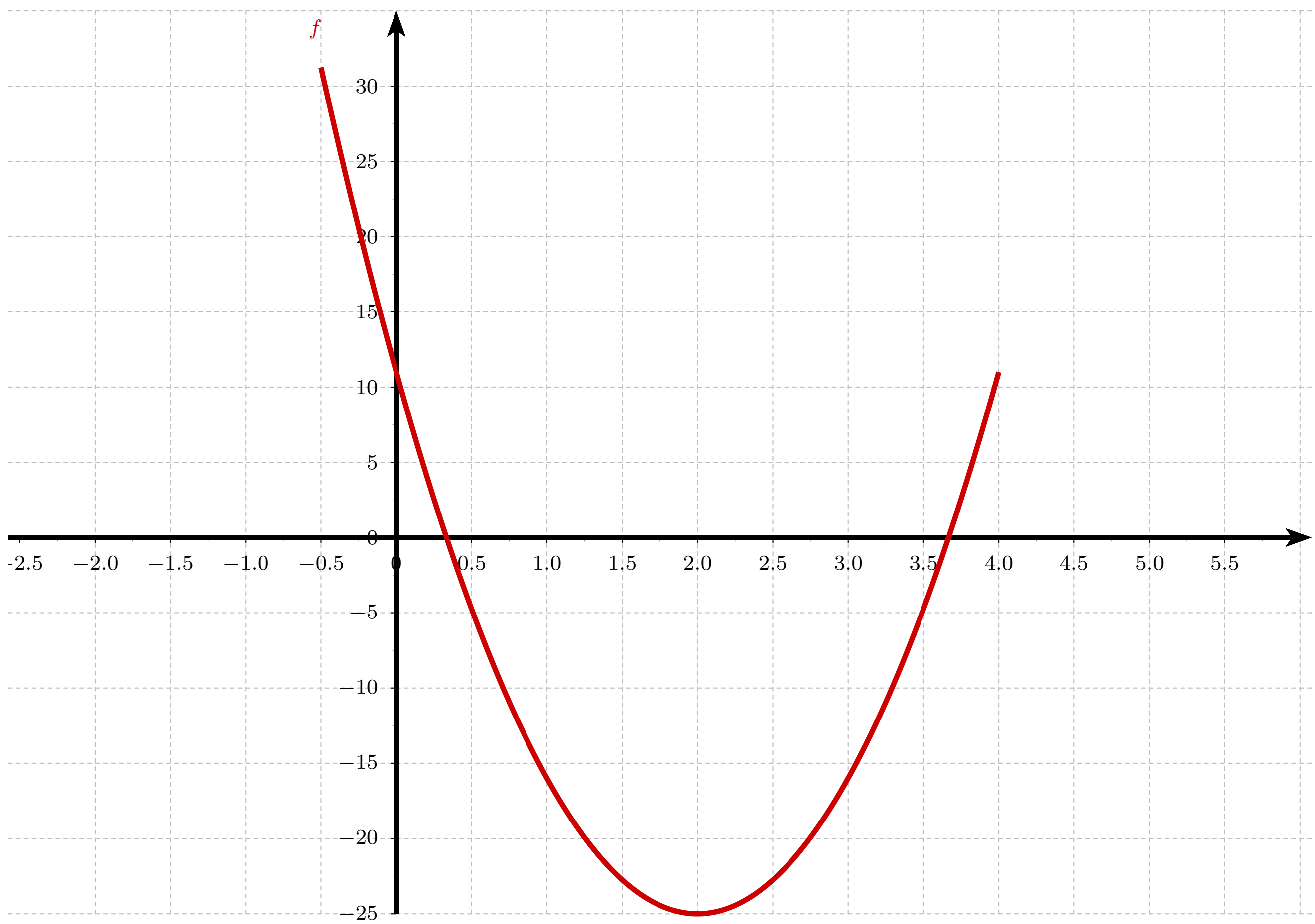
1. *Développer* $f(x) = 9x^2 - 36x + 11$
2. *Factoriser* $f(x) = (3x-11)(3x-1)$
3. *Résoudre* $f(x) \geq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes , $x \in]-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{11}{3}; +\infty[$
4. *Résoudre* $f(x) - 11 \leq 0 \iff 9x^2 - 36x \leq 0 \iff 9x(x-4) \leq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes , $x \in [0; 4]$
5. *Compléter le tableau ci-dessous :*

x	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)	31,25	11	-4,75	-16	-22,75	-25	-22,75	-16	-4,75	11

6. *Tracer la courbe de f sur [-0,5;4]*



7. *Dresser le tableau de variations de f*

x	$-0,5$		2		4
$f(x)$	$31,25$	$\searrow$	-25	$\nearrow$	11

8. *Déterminer les éventuels extrema de f sur [-0,5;4]*

   La fonction f admet un maximum pour $x = -0,5$ qui est égal à 31,25 et un minimum pour $x = 2$ qui est égal à -25

Exercice 2 (5 points)

Soit f une fonction dont voici le tableau de variations :

x	-3		0		4		10		12
$f(x)$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	-7	$\nearrow$	0	$\searrow$	-5

1. *Donner le domaine de définition de la fonction f*

   f est définie sur [-3;12]

2. *Tracer une courbe qui pourrait être celle de f*

3. *Déterminer le signe de f sur [4;12]*

   $f(x) \leq 0$ *sur [4:12]*

4. *Déterminer les éventuels extrema de f sur son domaine de définition*

   f admet un maximum pour $x = 0$ qui est égal à 5 et un minimum pour $x = 4$ qui est égal à -7

5. *Comparer si c'est possible $f(-2)$ et $f(-1)$*

   $f(-2) < f(-1)$

6. *Comparer $f(2)$ et $f(11)$*

   impossible

7. *On sait de plus que f est croissante sur [12;16] . Quelles sont les valeurs possibles de $f(16)$ pour que le maximum de f sur [-3;16] soit identique à celui de f sur son ensemble de définition ?*

   $-5 < f(16) < 5$

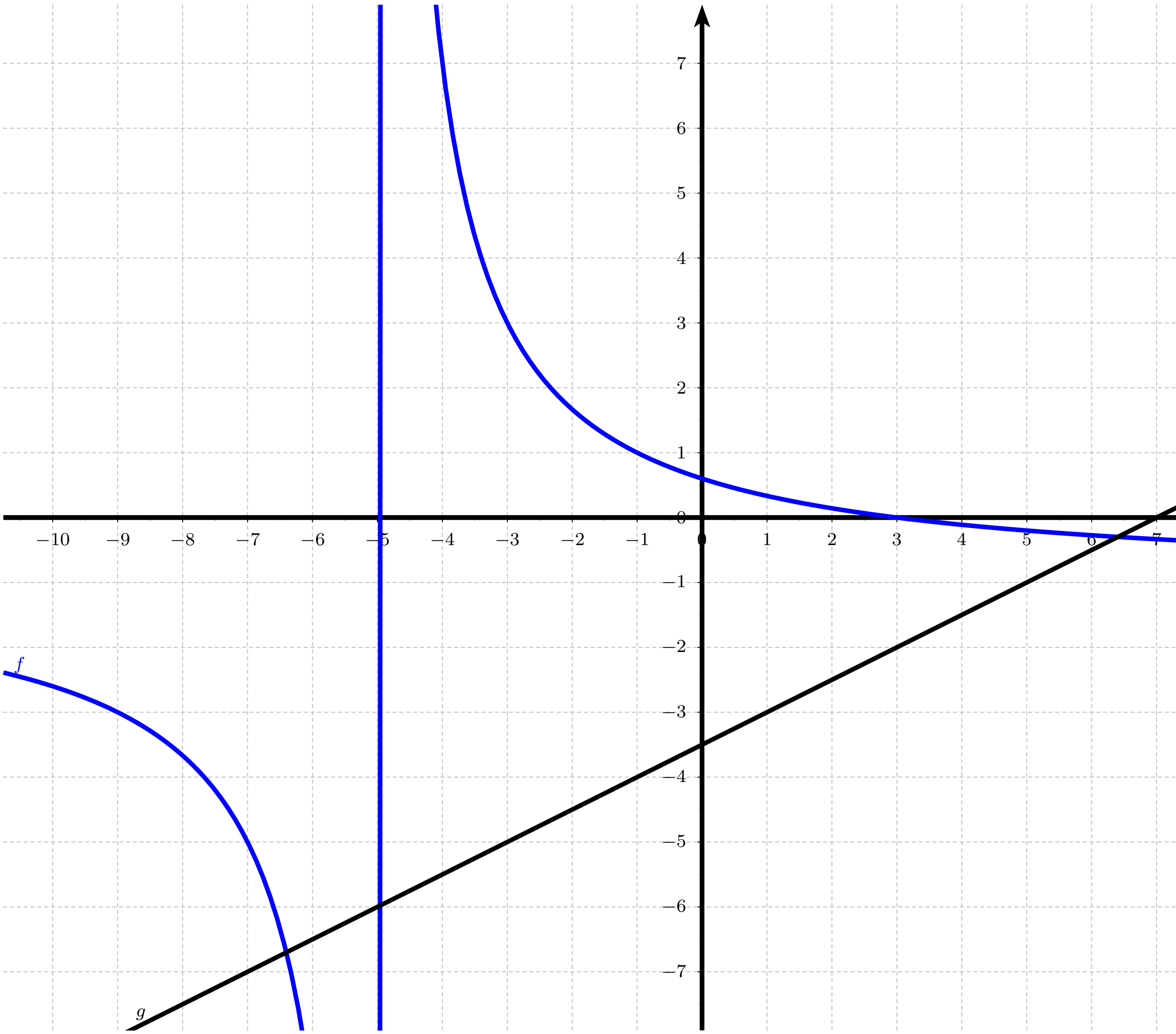
Exercice 3 (8 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{3-x}{5+x}$

1. *Donner les éventuelles valeurs interdites de f*

   -5 est la valeur interdite de f

2. *Tracer la courbe de f sur [-10;10]*



3. *Dresser le tableau de variations de f sur [-10;10]*

x	-10	-5	10
$f(x)$	$-2,7$	$\|\|$	$-0,5$

4. *Résoudre* $f(x) \geq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes ,on a : $x \in]-5;3]$

5. *Résoudre* $f(x) \leq 3 \iff \dfrac{3-x-15-3x}{5+x} \leq 0 \iff \dfrac{-x-12}{5+x} \leq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes : $x \in]-\infty;-5[\cup[-3;+\infty[$

6. (a) *Tracer sur le même graphique la droite D d'équation* $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{2}$

   (b) *Conjecturer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f et de la droite D .*

   Il semble que $x = -6,4$ *ou* $x = 6,4$

   (c) *Démontrer votre conjecture par le calcul .*

   Il faut résoudre $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{2} \iff \dfrac{3-x}{5+x} = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{7}{2}$

   $\iff \dfrac{3 - x - \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{35}{2} + \frac{7}{2}x}{5+x} = 0$

   Ce qui donne :

   $\dfrac{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{41}{2}}{5+x} = 0 \iff -\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{41}{2} = 0$

   $x^2 = 41 \iff x = \sqrt{41}$ *ou* $x = -\sqrt{41}$

Exercice 4 (5 points)

Un salarié a reçu lors de son départ à la retraite une cagnotte de 1000 euros de la part de ses collègues . Il décide de retirer chaque mois 8% du solde actuel pour aller au restaurant .

1. *Quel sera le montant disponible au bout de trois mois ?*

   $1000 \times 0,92^3 = 778,69$ *euros*

2. *On donne l'algorithme suivant :*

```
def cagnotte() :
        X=1000
        N=0
        while X >500:
                X=0.92*X
                N=N+1
        return N
```

(a) *Quelle information cet algorithme va t'il donner au retraité ?*

Cet algorithme donne le nombre de mois pour que la cagnotte soit inférieure à 500 euros

(b) *Recopier et compléter le tableau suivant en ajoutant le nombre de colonnes nécessaires :*

X	1000	920	846,4	778,69	716,39	659,08	606,36	557,85	513,22	472,16
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	Vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	vraie	fausse

(c) *Quel est le résultat de cet algorithme ? 9*

(d) *Que peut en conclure le retraité ?*

Après 9 mois , sa cagnotte sera inférieure à 500 auros

(e) *Recopier et modifier cet algorithme pour qu'il indique le nombre de mois dont dispose le retraité s'il décide de retirer 10 % du solde chaque mois mais veut conserver un minimum de 200 euros dans sa cagnotte .*

```
def cagnotte() :
    X=1000
    N=0
    while X >200:
            X=0.9*X
            N=N+1
    return N
```

Exercice 5 (6 points)

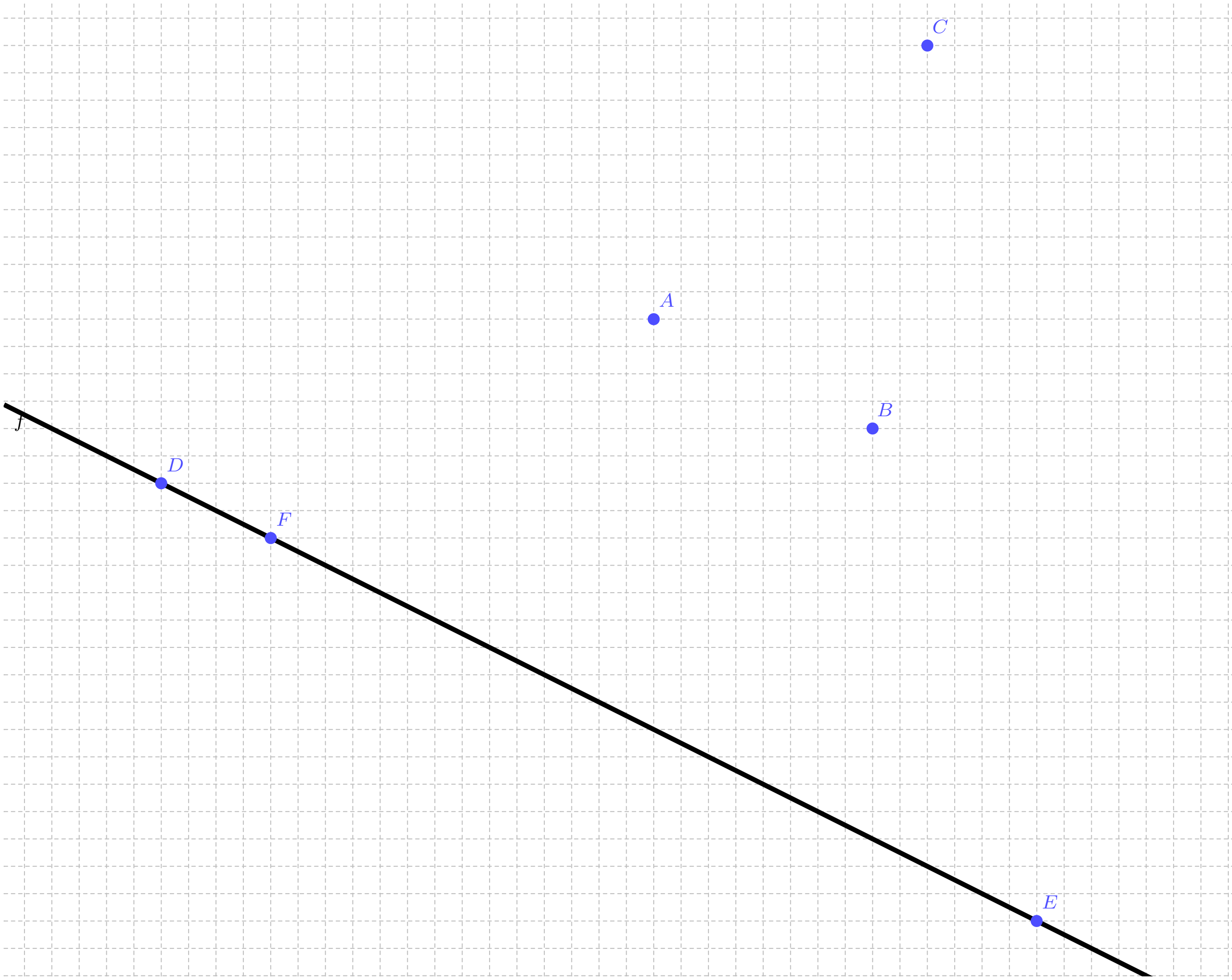
1. *Sur le graphique ci-dessous , placer les points suivants :*

(a) *D tel que* $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}$

(b) *E tel que* $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}$

(c) *F tel que* $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BC} - \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$

(d) *Que peut-on conjecturer sur les points D , E et F : ils semblent alignés*



2. *On se place dans le repère* $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

   (a) *Déterminer par lecture graphique les coordonnées de A(0;0), B(1;0) , C(0;1) , D(-1;-1) et E(3;-1)*

   (b) *Déterminer par le calcul les coordonnées de F*

   Soit F(x;y)

   $x-1=1-\dfrac{5}{2}\times 1 \iff x=-\dfrac{1}{2}$

   $y-0=-1$ *donc* $y=-1$

   $F(-\dfrac{1}{2};-1)$

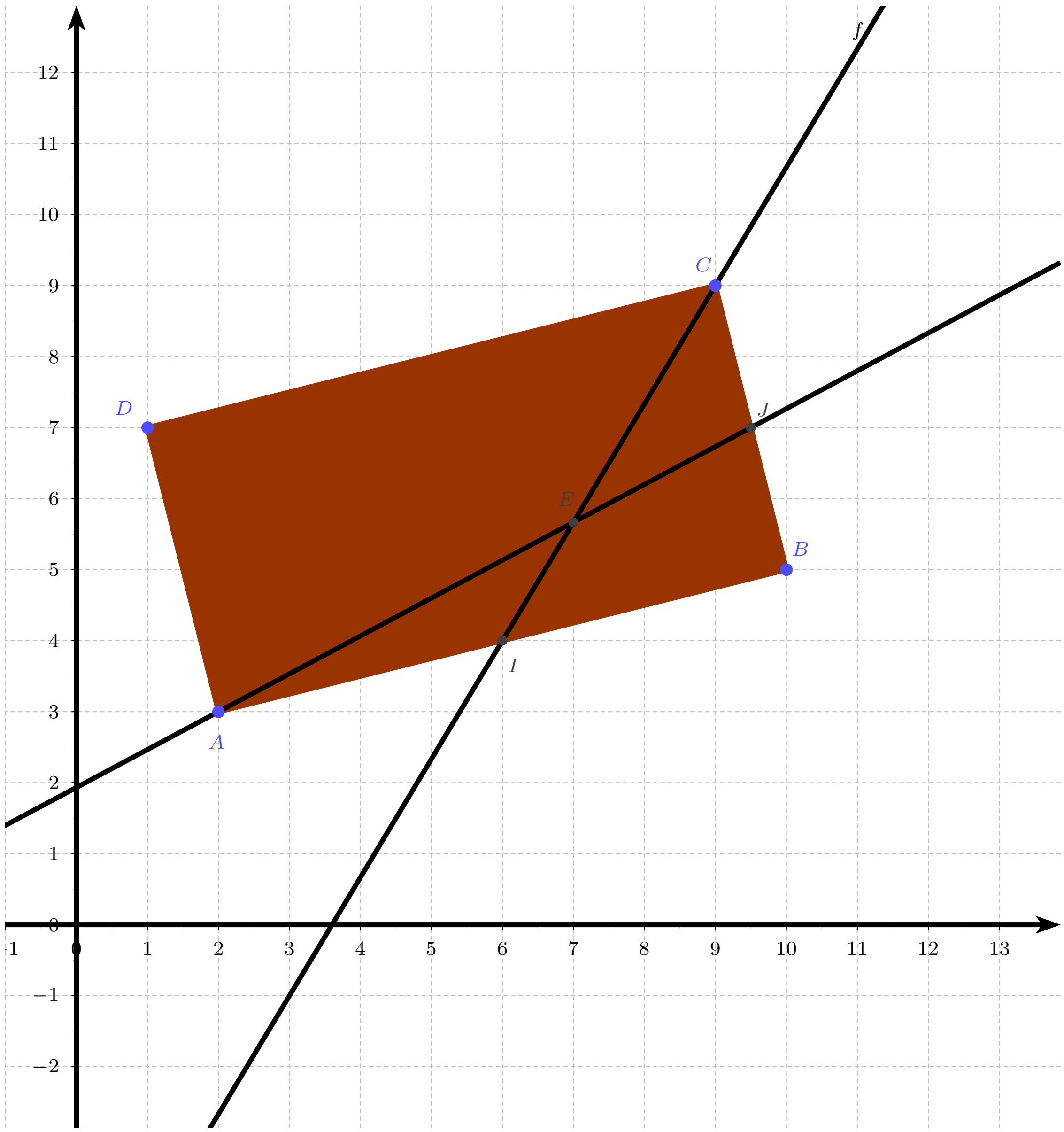
   (c) *Démontrer la conjecture .*

   Les points E , F et G appartiennent à la droite d'équation $y=-1$ *, ils sont donc alignés .*

Exercice 6 (6 points)

Dans un repère orthonormé , on donne les points A(2;3) , B(10;5) et C(9;9) . On appelle I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC] .

1. *Faire une figure*



2. *Déterminer les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme*

   ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

   On pose D(x;y)

   $\overrightarrow{AB}(8;2)$

   $\overrightarrow{DC}(9-x;9-y)$

   Donc D(1;7)

3. *Conjecturer la nature de ABCD*

   Il semble que ABCD soit un rectangle

4. *Démontrer cette conjecture .*

   $AC = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$

   $BD = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$

   ABCD est un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur , c'est donc un rectangle .

5. (a) *Déterminer une équation de (CI)*

   $I(6;4)$

   Soit M(x;y) un point de (CI)

   $\overrightarrow{CI}(-3;-5)$ *et* $\overrightarrow{CM}(x-9;y-9)$ *sont colinéaires donc :*

   $-3(y-9)+5(x-9)=0 \iff 5x-3y-18=0$

   $(CI) : 5x-3y-18=0$

   (b) *Déterminer une équation de (AJ)*

   $J(\dfrac{19}{2};7)$

   Soit M(x;y) un point de (AJ)

   $\overrightarrow{AJ}(\dfrac{15}{2};4)$ *et* $\overrightarrow{AM}(x-2;y-3)$ *sont colinéaires donc :*

   $\dfrac{15}{2}(y-3)-4(x-2)=0 \iff -8x+15y-29=0$

   $(AJ) : 8x-15y+29=0$

   (c) *Déterminer par le calcul les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC .*

   (CI) et (AJ) sont des médianes de ABC , leur point d'intersection est donc le centre de gravité de ABC .

   On détermine le point d'intersection des deux droites en résolvant un système et on obtient :

   $17x-119=0 \iff x=7$

   $35-3y-18=0 \iff y=\dfrac{17}{3}$

   Donc le centre de gravité a pour coordonnées : $(7;\dfrac{17}{3})$