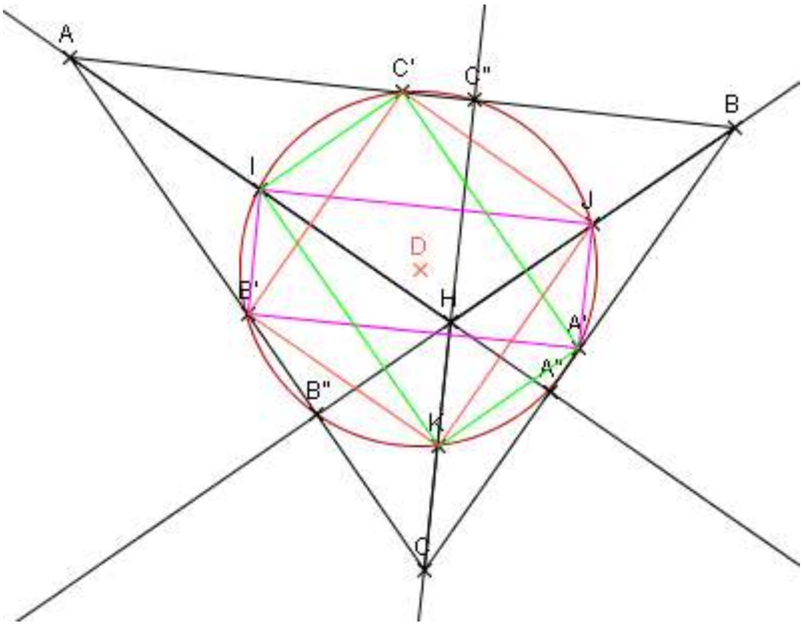
Correction cercle des neuf points

Figure avec géolabo



Démonstration

1) J est le milieu de [BH] et A' est le milieu de [BC] donc (JA') est parallèle à (HC) par le théorème de la droite des milieux . De même , (IB') est parallèle à (HC) donc (JA') et (IB') sont parallèles
2) Par le même procédé que 1) , on montre que (IJ) parallèle à (A'B') car parallèles toutes les deux à (AB) donc IJA'B' est un parallélogramme . De plus , (A'J) parallèle à (CC'') et (CC'') perpendiculaire à (AB) car hauteur . Or (AB) parallèle à (IJ) donc (A'J) perpendiculaire à (IJ) . Donc IJA'B' est un parallélogramme avec un angle droit , c'est un rectangle .
3) Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu donc si on appelle D le milieu des diagonales de IJA'B' , alors les points I , J , A' et B' sont sur le cercle de centre D passant par I
4) On peut démontrer comme on l'a fait dans la question 2) que IKA'C' et JKB'C' sont aussi des rectangles . Donc [IA'] et [KC'] d'une part et [JB'] et [KC'] d'autre part ont même milieu et même longueur . Donc les trois segments ont même milieu D et même longueur
5) Puisque par 3) on a I , J , A' et B' sur le cercle de centre D passant par I , on peut raisonner de la même façon pour dire que I , K , A' et C' sont sur le cercle de centre D passant par I puisque D est le milieu des diagonales de ce rectangle par 4) . Et de même pour les quatre sommets du troisième rectangle .
6) (IA'') est la hauteur issue de A donc elle est perpendiculaire à (BC) et A' est sur [BC] donc (IA'') est perpendiculaire à (A''A') , le triangle IA''A' est donc rectangle en A'' et A'' appartient donc au cercle de diamètre [IA'] qui est le cercle précédemment décrit .