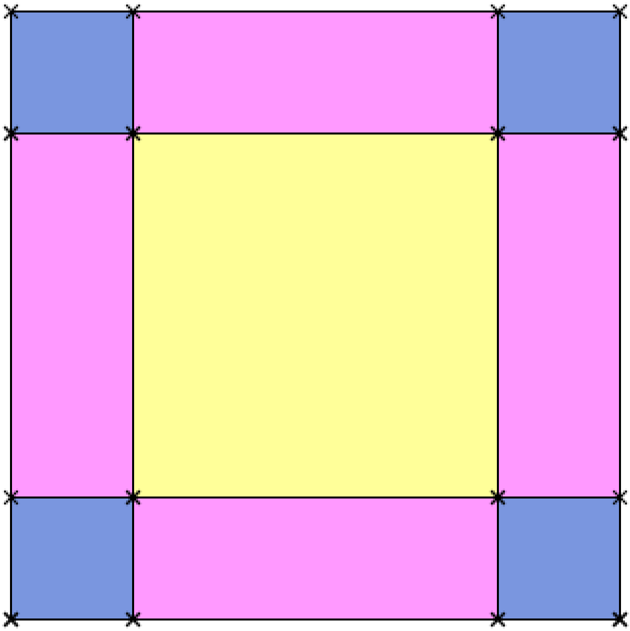
Correction de : Résolution d'équation du second degré

Exemple $x^2 + 10x = 39$



2) L'aire du carré jaune est x^2

L'aire de chaque rectangle rose est 2,5 x

L'aire de chaque carré bleu est $2,5^2 = 6,25$

L'aire du grand carré composé de toutes ces figures est : $(x + 5)^2$

3) On a donc l'égalité : $x^2 + 4(2,5x) + 4(6,25) = (x + 5)^2$

En développant : $x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$

Et l'équation à résoudre devient : $x^2 + 10x = 39$ équivaut à $(x + 5)^2 - 25 = 39$ soit $(x + 5)^2 - 64 = 0$

4) $(x + 5 - 8)(x + 5 + 8) = 0$ soit : $(x - 3)(x + 13) = 0$ et on a deux solutions qui sont $x = 3$ ou $x = -13$.
5) On connaît l'identité remarquable $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$, on en déduit donc que $x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$

Remarque : dans le procédé d'Al Khwarizmi , seules les solutions positives existaient .

Etude d'un autre exemple

1) Pour trouver $x^2 + 8x$, il faut trouver un carré de côté x entouré par 4 rectangles d'aires 2x , c'est-à-dire de dimensions x sur 2 , les quatre petits carrés ont donc un côté de 2 ; on obtient donc : $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$. Donc $x^2 + 8x = 20$ donne $(x+4)^2 = 36$ on a alors $(x + 4 - 6)(x + 4 + 6) = 0$ soit $(x - 2)(x + 10) = 0$ et deux solutions 2 et -10 .
2) $x^2 + 8x$ est le début de l'identité remarquable $(x + 4)^2$; or $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$ donc $x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 16$ et on résout par factorisation comme précédemment

D'autres exemples en vrac

1) $x^2 - 6x + 7 = 1$ revient à $x^2 - 6x = -6$, or $x^2 - 6x$ est le début de $(x - 3)^2$. On sait que $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ donc $x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$ et $x^2 - 6x = -6$ équivaut à $(x - 3)^2 - 9 = -6$ ce qui donne $(x - 3)^2 = 3$ d'où la factorisation :

$\left(x-3-\sqrt{3}\right)\left(x-3+\sqrt{3}\right)=0$;

les deux solutions sont donc $3+\sqrt{3}$ et $3-\sqrt{3}$

2) $x^2 + 3x = 4$ équivaut à $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=4$ ce qui donne $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$ et la factorisation : $\left(x+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}-\frac{5}{2}\right)=0$ et (x + 4) (x – 1) = 0 d'où les deux solutions – 4 et 1 .

3) $x^2 + 2x + 8 = 0$ équivaut à $(x + 1)^2 - 1 + 8 = 0$ soit $(x + 1)^2 + 7 = 0$. Or un carré étant toujours positif ou nul , un carré plus 7 ne peut pas être nul , il n'y a pas de solution à cette équation .