

1 Les racines



$$\begin{array}{|l} \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \\ (\sqrt{a})^2 = a \end{array}$$

A retenir

Exercice 1

Simplifier :

$$\sqrt{48} = \sqrt{16}\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4}\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{72} = \sqrt{36}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Exercice 2

Simplifier :

$$3\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 8\sqrt{2} = 7\sqrt{5} + 6\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) = \sqrt{6} + 3(\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{6} = -5\sqrt{6} + 9 - 4 = -5\sqrt{6} + 5$$

$$(\sqrt{2} - 2)(3 + \sqrt{8}) = (\sqrt{2} - 2)(3 + 2\sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 6 + 4 - 4\sqrt{2} = -\sqrt{2} - 2$$

2 Les identités remarquables



$$\begin{array}{|l} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \end{array}$$

A retenir

Exercice 3

Développer :

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$$

Exercice 4

Développer :

$$(\sqrt{3} - 5)^2 = 3 - 10\sqrt{3} + 25$$

$$(4 - 2\sqrt{5})^2 = 16 - 16\sqrt{5} + 20$$

$$(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

Exercice 5

Factoriser :

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

$$(2x - 6)^2 - (3x + 5)^2 = (2x - 6 + 3x + 5)(2x - 6 - 3x - 5) = (5x - 1)(-x - 11)$$

Exercice 6

Compléter :

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$$x^2 - 10x = (x - 5)^2 - 25$$

$$x^2 - 16x = (x - 8)^2 - 64$$

3 Les expressions rationnelles



A retenir

Une fraction est nulle si et seulement si son numérateur est nul .

Exercice 7

Déterminer la ou les valeurs interdites pour chaque expression :

$$\frac{x - 5}{x + 3} \quad \text{La valeur interdite est } -3$$

$$\frac{2}{(x - 5)(2x + 8)} \quad \text{Les valeurs interdites sont } 5 \text{ et } -4$$

$$\frac{x - 5}{x^2 + 1} \quad \text{Il n'y a pas de valeur interdite car le dénominateur n'est jamais nul}$$

Exercice 8

Simplifier en mettant au même dénominateur :

$$\frac{4}{x + 6} - 5 = \frac{4 - 5(x + 6)}{x + 6} = \frac{4 - 5x - 30}{x + 6} = \frac{-5x - 26}{x + 6}$$

$$5 - \frac{x + 6}{2x - 8} = \frac{5(2x - 8) - (x + 6)}{2x - 8} = \frac{9x - 46}{2x - 8}$$

$$2 + \frac{5}{x - 9} = \frac{2(x - 9) + 5}{x - 9} = \frac{2x - 13}{x - 9}$$

$$\frac{3}{x - 5} + \frac{2}{x + 8} = \frac{3(x + 8) + 2(x - 5)}{(x - 5)(x + 8)} = \frac{5x + 14}{(x - 5)(x + 8)}$$

Exercice 9

Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{3x-9}{x+4} = 0 \iff 3x-9=0 \iff x=3$$

$$\frac{(x-8)(2x+7)}{3x-8} = 0 \iff (x-8)(2x+7)=0 \iff x=8 \text{ ou } x=-\frac{7}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-5} = 4 &\iff \frac{3}{x-5} - 4 = 0 \iff \frac{3-4(x-5)}{x-5} = 0 \iff \frac{-4x+23}{x-5} = 0 \iff \\ -4x+23=0 &\iff x=\frac{23}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{2x-8}{x-5} = 3 \iff \frac{2x-8-3(x-5)}{x-5} = 0 \iff \frac{-x+7}{x-5} = 0 \iff -x+7=0 \iff x=7$$

4 Les équations

Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

$$3x-5=0 \iff 3x=5 \iff x=\frac{5}{3}$$

$$2x+6=2(x-5)+7 \iff 2x+6=2x-3 \iff 6=-3 . \text{ Pas de solution}$$

$$5x-8+2(x-3)=7x-14 \iff 7x-14=7x-14 \iff 0=0 . \text{ C'est toujours vrai donc l'équation admet pour solution tous les nombres réels}$$

Exercice 11

Résoudre les équations suivantes :

$$(2x+8)(x-5)=0 \iff 2x+8=0 \text{ ou } x-5=0 \iff x=-4 \text{ ou } x=5$$

$$(x^2+1)(x-5)=0 \iff x^2+1=0 \text{ ou } x-5=0 \iff x=5 \text{ car un carré est toujours positif}$$

$$x^2-5=0 \iff (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})=0 \iff x=\sqrt{5} \text{ ou } x=-\sqrt{5}$$

$$(x+3)^2-(2x+4)^2=0 \iff (x+3-2x-4)(x+3+2x+4)=0 \iff (-x-1)(3x+7)=0 \iff x=-1 \text{ ou } x=-\frac{7}{3}$$