

Inéquations du premier degré

Il y a un principe simple mais essentiel à retenir :

On change le sens d'une inégalité uniquement en multipliant ou divisant par un nombre négatif.

Exemples :

$3x + 8 < 7$ devient $3x < 7 - 8$ le sens n'a pas changé car on a fait une soustraction (- 8)

$2x > 8$ devient $x > 4$, le sens n'a pas changé car on a divisé par un nombre positif (2)

$-3x < 18$ devient $x > -6$, le sens a changé car on a divisé par un nombre négatif (- 3)

Pour résoudre une inéquation du premier degré :

Procéder comme pour une équation en isolant les x et en faisant attention à chaque étape de calcul s'il faut ou non changer le sens

Donner la solution sous forme d'intervalle

Rappel sur les intervalles :

Lorsque les symboles $<$ ou $>$ sont dans l'énoncé, les crochets doivent être ouverts

Lorsque les symboles \leq ou \geq sont dans l'énoncé, les crochets sont fermés

Autour de l'infini, les crochets sont toujours ouverts

 Pour déterminer l'intervalle solution, on peut s'aider d'un graphique.

Exemple

Résoudre : $3x + 8 \leq 5x - 15$ ceci est équivalent aux lignes suivantes :

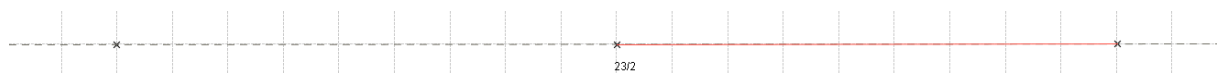
$$3x - 5x \leq -8 - 15$$

$$-2x \leq -23$$

$$x \geq \frac{-23}{-2}$$

On change les sens car on divise par -2 .

$$x \geq \frac{23}{2}$$



Les solutions sont les nombres plus grands que $\frac{23}{2}$ c'est-à-dire la partie rouge de la droite

$$S = \left[\frac{23}{2}; +\infty \right[.$$

Le crochet enferme la valeur $\frac{23}{2}$ car dans l'énoncé, c'est un symbole « ou égal ».

Fiche méthode sur la résolution d'inéquations

Inéquations du second degré

Le principe est tout différent des inéquations du premier degré.

En fait, on va se rapprocher davantage de la résolution d'équations du second degré.

Il faut commencer par factoriser puis on fait un tableau de signes

Attention : un tableau de signes ne peut se faire que sur une forme factorisée.

Exemples : $(x - 8)(3x + 2) < 0$: on peut faire un tableau de signes

$(x - 8)(3x + 2) + (7x - 8) < 0$: on ne peut pas faire un tableau de signes

Principe du tableau de signes :

Exemple : résoudre $(x - 8)(3x + 2) < 0$

On commence par regarder pour quelle valeur de x on a : $x - 8 = 0$ et $3x + 2 = 0$

Ensuite, on place ces valeurs dans la première ligne du tableau, en les rangeant de la plus petite à la plus grande

On place les zéros dans les lignes « $x - 8$ » et « $3x + 2$ »

On place les signes

Puis on fait le bilan en se souvenant du « plus par plus donne plus », « plus par moins donne moins » et « moins par moins donne plus ».

 **Astuce** : on commence par le signe contraire de celui du nombre devant x et on change seulement quand on arrive au zéro.

Exemple : $5x + 7$: 5 est positif, on commencera par –

$9 - 4x$: -4 est négatif, on commencera par +

Résolution de notre exemple :

$$x - 8 = 0 \quad \text{si } x = 8 \qquad 3x + 2 = 0 \quad \text{si } x = -\frac{2}{3} \quad (*)$$

On dresse le tableau : (tout ce qui est en noir)

On met les zéros en relisant bien les deux équations (*)

On remplit avec les signes : $x - 8$, c'est la même chose que $1x - 8$, 1 est positif donc on commence par – et on change après le zéro : signes en vert

Pour $3x + 2$, 3 est positif donc on commence par – et on change au zéro : signes en rouge

On fait le bilan des signes en multipliant les verts et les rouges (résultats en bleu)

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	8	$+\infty$
$x - 8$	-	-	0	+
$3x + 2$	-	0	+	+
$(x - 8)(3x + 2)$	+	0	-	+

Quand le tableau est fini, il faut donner la réponse à la question.

On regarde de nouveau l'énoncé. On veut résoudre « < 0 », autrement dit, ce qui est plus petit que zéro, donc ce qui est négatif. On regarde dans la dernière ligne (les signes bleus). Le seul

« moins » est dans la deuxième colonne qui est comprise entre $-\frac{2}{3}$ et 8 donc la solution est

l'intervalle : $\left] -\frac{2}{3}; 8 \right[$, les crochets sont ouverts car c'est le symbole « $<$ » et non « \leq ».