Fiche méthode : résolution équations

Equations du premier degré

Il faut se souvenir que résoudre une équation n'est ni plus ni moins que trouver le nombre par lequel il faut remplacer x pour que l'égalité soit vraie .

- Quand les équations sont simples , il est bon de laisser son instinct prendre le dessus .

On peut dans ce cas se dire si à la place de x j'avais des pointillés , quel nombre mettrai-je dessus .

Exemple 1: résoudre $x + 8 = 12$, c'est se poser la question à quel nombre doit-on ajouter 8 pour trouver 12 . La réponse est 4 donc $x = 4$.
En fait on a effectué de tête le calcul : $12 – 8 = 4$.

En résumé les solutions de l'équation $x + a = b$ sont $x = b – a$.

Exemple 2: résoudre $3x = 27$ c'est se demander par quel nombre on doit multiplier 3 pour trouver 27 . La réponse est 9 donc $x = 9$.

En résumé les solutions de l'équation $ax = b$ sont $x = \frac{b}{a}$

Equations du premier degré avec des x des deux côtés

Le principe est de regrouper les x d'un côté de l'équation . Pour cela , une grande règle à retenir :

> Lorsqu'on change de côté , l'opération est remplacée par l'opération inverse . C'est-à-dire : une addition devient une soustraction , une soustraction devient une addition , une multiplication devient une division et une division devient une multiplication .

Exemples : $x + 8 = 7$ devient $x = 7 – 8$
$3. x = 27$ devient $x = 27 / 3$
$2x + 7 = 3x – 4$ devient $2x – 3x = - 4 – 7$ c'est-à-dire : $- x = - 11$ ou $x = 11$.

Equations du second degré

Cas classiques

Le principe est simple : il faut toujours se ramener à une équation produit

> Rappel : une équation produit est de la forme $(x – a) (x – b) \dots (x –m) = 0$ et elle se résout en disant un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul

Exemple : résoudre $(x – 7) (3x – 9) (x + 4) = 0$ équivaut à
$x – 7 = 0$ ou $3x – 9 = 0$ ou $x + 4 = 0$
Les solutions sont donc : $x = 7$ ou $x = 3$ ou $x = - 4$. $S = \{-4;3;7\}$

- Pour se ramener à une équation produit il y a une technique : FACTORISER !! (il y a une fiche méthode sur la factorisation sur le site)

Exemple : résoudre $x^2 - 2x + 1 = 0$. C'est une identité remarquable : $(x – 1)^2 = 0$. On résout donc $(x – 1) (x – 1) = 0$ donc $x – 1 = 0$ c'est-à-dire $x = 1$.

Fiche méthode : résolution équations

Cas particulier

Résoudre $x^2 + 5 = 0$.
On ne peut pas factoriser alors on réfléchit : $x^2 + 5 = 0$ c'est équivalent à $x^2 = -5$. Or , un carré n'est pas négatif dans R donc il n'y a pas de solution et S = Ø

Equations avec des fractions

Sans x au dénominateur

On raisonne exactement comme auparavant , une fraction ce n'est jamais qu'un nombre !
Parfois , il est pratique de tout mettre au même dénominateur mais pas toujours

On doit aussi se souvenir qu'une fraction est nulle si son numérateur est nul

Exemple 1 : résoudre $\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{5}=0$. On peut mettre en facteur x et après , c'est judicieux de tout mettre au même dénominateur : $x\left(\frac{x}{2}+\frac{3}{5}\right)=0$ équivaut à $x\left(\frac{5x+6}{10}\right)=0$
donc x = 0 ou 5x + 6 = 0 c'est-à-dire S = $\left\{-\frac{6}{5};0\right\}$

Exemple 2 : résoudre $\frac{x^2}{16}-\frac{x}{6}+\frac{1}{9}=0$; le réflexe ici n'est pas de tout mettre au même dénominateur mais de reconnaître une identité remarquable : $\left(\frac{x}{4}\right)^2-2\times\frac{x}{4}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2=0$
Donc $\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{3}\right)^2=0$ et la solution est x = $\frac{1}{3}\times 4=\frac{4}{3}$.

Avec des x au dénominateur

Ici , pas de choix , on met tout au même dénominateur . On passe tout du même côté et on se souvient que :
Une fraction est nulle si et seulement si son numérateur est nul

- Attention aussi à enlever les solutions qui font partie des valeurs interdites !

Exemple : Résoudre : $\frac{x+2}{x-3}=5$; cette équation équivaut aux lignes suivantes

$\frac{x+2-5(x-3)}{x-3}=0$

$\frac{-4x+17}{x-3}=0$

$-4x + 17 = 0$

x = $\frac{17}{4}$