



*A retenir*

Un point  $M(x;y)$  appartient à une droite  $(AB)$  si et seulement si ses coordonnées vérifient une équation de la forme  $ax + by + c = 0$

### Le principe

On utilise le fait que  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AM}$  sont colinéaires puis la formule du déterminant .

### La démonstration

Soit  $M(x;y)$  un point de  $(AB)$  . Alors  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AM}$  sont colinéaires

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AM}(x - x_A; y - y_A)$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = \begin{vmatrix} x_B - x_A & x - x_A \\ y_B - y_A & y - y_A \end{vmatrix} = 0$$

$$\iff (x_B - x_A)(y - y_A) - (x - x_A)(y_B - y_A) = 0$$

$$\iff (y_B - y_A)x - (x_B - x_A)y + y_A x_B - y_B x_A = 0$$

On peut alors poser :

$$a = y_B - y_A$$

$$b = -(x_B - x_A)$$

$$c = y_A x_B - y_B x_A$$

Et si on écrit l'équation cartésienne sous forme réduite , on voit apparaitre la formule du coefficient directeur .

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}x + \frac{y_A x_B - y_B x_A}{x_B - x_A}$$