1 Equations de droites

A retenir

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$.
Une équation de la droite (AB) est de la forme y = mx + p .
Pour trouver m , le coefficient directeur de la droite , on applique la formule $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
Pour déterminer p , on remplace x et y par les coordonnées de A ou de B et on résout l'équation .

Exercice 1
On donne A(4;8) et B(2;14) .

Calculer le coefficient directeur m de la droite (AB) $m = \dfrac{14 - 8}{2 - 4} = \dfrac{6}{-2} = -3$

Compléter : Une équation de la droite (AB) est de la forme $y = -3x + p$

Déterminer p Le point A appartient à la droite (AB) donc : $8 = -3 \times 4 + p \iff 8 + 12 = p \iff p = 20$

Compléter : Une équation de la droite (AB) est de la forme : $y = -3x + 20$

Exercice 2
Déterminer une équation de la droite (CD) sachant que C(1;7) et D(5;15) .
Une équation de la droite (CD) est de la forme $y = mx + p$ *. Calculons m le coefficient directeur de (CD) :*
$m = \dfrac{15 - 7}{5 - 1} = \dfrac{8}{4} = 2$
Une équation de (CD) est donc de la forme $y = 2x + p$
C est un point de (CD) donc : $7 = 2 \times 1 + p \iff 7 - 2 = p \iff p = 5$
Conclusion : une équation de la droite (CD) est : $y = 2x + 5$

Exercice 3
Déterminer une équation de la droite (EF) sachant que E(3;12) et F(4;5) .
Une équation de la droite (EF) est de la forme $y = mx + p$ *. Calculons m le coefficient directeur de (EF) :*
$m = \dfrac{5 - 12}{4 - 3} = \dfrac{-7}{1} = -7$
Une équation de (EF) est donc de la forme $y = -7x + p$
E est un point de (EF) donc : $12 = -7 \times 3 + p \iff 12 + 21 = p \iff p = 33$
Conclusion : une équation de la droite (EF) est : $y = -7x + +33$

Exercice 4
Déterminer une équation de la droite (RS) sachant que R(-3;5) et S(7;5) .
On remarque que R et S ont la même ordonnée donc on peut conclure directement qu'une équation de (RS) est $y = 5$

Exercice 5

Déterminer une équation de la droite (UX) sachant que U(2;-9) et X(2;-11) .
On remarque que U et X ont la même abscisse donc on peut conclure directement qu'une équation de (UX) est $x = 2$

Exercice 6

Tracer sans calcul les droites suivantes :

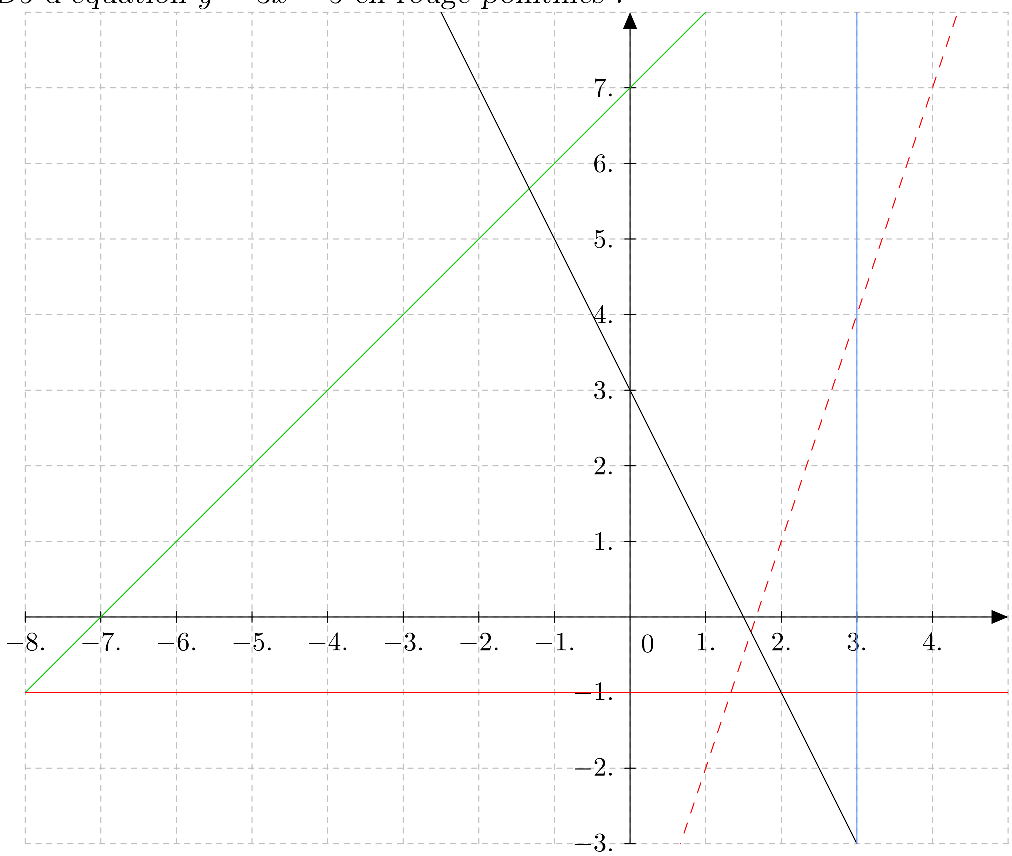
D1 d'équation $y = x + 7$ *en vert*

D2 d'équation $x = 3$ *en bleu*

D3 d'équation $y = -1$ *en rouge*

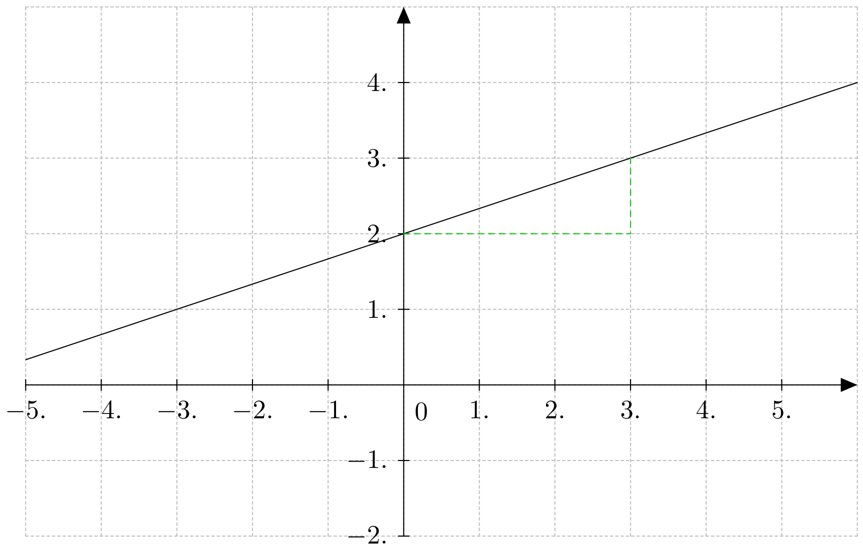
D4 d'équation $y = -2x + 3$ *en noir*

D5 d'équation $y = 3x - 5$ *en rouge pointillés .*



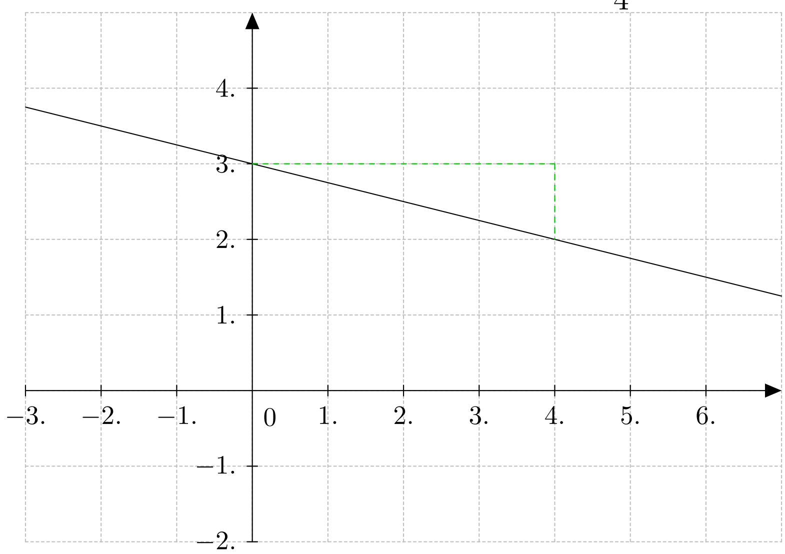
Exercice 7

Tracer sans calcul la droite d'équation $y = \dfrac{1}{3}x + 2$



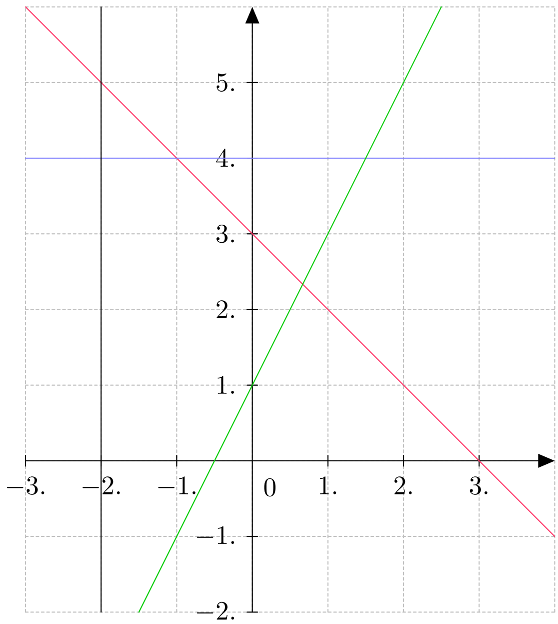
Exercice 8

Tracer sans calcul la droite d'équation $y = -\dfrac{1}{4}x + 3$



Exercice 9

Donner par lecture graphique des équations des droites :



vert : $y = 2x + 1$

bleu : $y = 4$

noir : $x = -2$

rouge : $y = -x + 3$

2 Parallélisme

A retenir

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur .

Exercice 10
Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

D d'équation $y = 2x - 9$ *et D' d'équation* $y = 2x - 9$ *oui*

D d'équation $y = x + 8$ *et D' d'équation* $y = -x + 8$ *non*

D d'équation $y = 4$ *et D' d'équation* $y = -9$ *oui, car ce sont deux droites horizontales*

D d'équation $x = 8$ *et D' d'équation* $x = 7$ *oui car ce sont deux droites verticales*

D d'équation $y = 7 - 3x$ *et D' d'équation* $y = x + 4 - 4x$ *oui car si on réduit l'équation de D' , on obtient* $y = -3x + 4$ *. Le coefficient directeur de D et D' est donc bien le même*

-

Exercice 11
On donne la droite D d'équation $y = 2x - 7$ *. Le but de l'exercice est de déterminer une équation de D' la droite parallèle à D qui passe par A(1;7) .*

Quel est le coefficient directeur de D' ? Puisque D et D' sont parallèles , elles ont le même coefficient directeur donc le coefficient directeur de D' est 2

Compléter : une équation de D' est de la forme : $y = 2x + p$

Déterminer p . A est un point de D' donc $7 = 2 \times 1 + p \iff 7 - 2 = p \iff p = 5$

Donner alors une équation de D' Une équation de D' est $y = 2x + 5$

Exercice 12
On donne la droite D d'équation $y = -3x + 8$ *. Déterminer une équation de la droite D' parallèle à D et passant par E(5;6) .*
D et D' sont parallèles donc elles ont le même coefficient directeur . Une équation de D' est donc de la forme $y = -3x + p$ *. Or E est un point de d' donc* $6 = -3 \times 5 + p \iff 6 + 15 = p \iff p = 21$ *. Conclusion , une équation de D' est* $y = -3x + 21$

Exercice 13
On donne A(4;3) , B(7;9) et C(1;8) . Déterminer une équation de D la droite passant par C et parallèle à (AB) .
On commence par déterminer le coefficient directeur m de (AB) .
$m = \dfrac{9-3}{7-4} = \dfrac{6}{3} = 2$ *. Donc une équation de D est de la forme* $y = 2x + p$ *. Or C appartient à D donc* $8 = 2 \times 1 + p \iff 8 - 2 = p \iff p = 6$ *. Conclusion , la droite D a pour équation* $y = 2x + 6$

Exercice 14
On donne A(5;7) , B(0;2) et C(10;12) . Les points A , B et C sont-ils alignés ?
A , B et C sont alignés si les droites (AB) et (AC) sont parallèles autrement dit , il faut regarder si les coefficients directeurs de (AB) et (AC) sont égaux .
Calculons le coefficient directeur de (AB) : $\dfrac{2-7}{0-5} = \dfrac{-5}{-5} = 1$
Calculons le coefficient directeur de (AC): $\dfrac{12-7}{10-5} = \dfrac{5}{5} = 1$
Les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur , elles sont donc parallèles . Or A est communaux deux droites , donc ces droites sont confondues et on peut conclure que A , B et C sont alignés

Attention

Deux droites parallèles doivent avoir un point commun pour être confondues .

Exercice 15
On donne A(4;7) , B(5;10) , C(-3;8) et D(-2;11) . Les points A , B , C et D sont-ils alignés ?
Commençons par regarder si (AB) et (CD) sont parallèles en calculant leurs coefficients directeurs .
Coefficient directeur de (AB) : $\dfrac{10-7}{5-4} = 3$
Coefficient directeur de (CD) : $\dfrac{11-8}{-2+3} = 3$
Les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles puisqu'elles ont le même coefficient directeur

. Il reste à regarder si elles sont confondues . Par exemple , regardons si C est sur (AB) . Autrement dit , regardons si (AB) et (AC) sont parallèles .
Coefficient directeur de (AC) : $\frac{8-7}{-3-4} = \frac{1}{-7}$
(AB) et (AC) ne sont pas parallèles donc C n'est pas sur (AB) . Les droites (AB) et (CD) sont donc strictement parallèles et A , B , C et D ne sont pas alignés .

3 Intersection de droites

A retenir
Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites , on cherche leurs équations respectives et on les égalise .

Exercice 16
On donne les points A(3;7) , B(5;13) , C(0;8) e D(4;12) .

Déterminer une équation de (AB) . Une équation de (AB) est de la forme $y = mx + p$ *. Calculons le coefficient directeur m de (AB) :* $m = \frac{13-7}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$ *. Donc une équation de (AB) est de la forme* $y = 3x + p$ *. Or A est sur (AB) donc* $7 = 3 \times 3 + p \iff 7 - 9 = p \iff p = -2$ *. Conclusion , une équation de (AB) est* $y = 3x - 2$

Déterminer une équation de la droite (CD) . Une équation de (CD) est de la forme $y = mx + p$ *. Calculons le coefficient directeur m de (CD) :* $m = \frac{12-8}{4-0} = \frac{4}{4} = 1$ *. Donc une équation de (CD) est de la forme* $y = x + p$ *. Or C est sur (CD) donc* $8 = 1 \times 0 + p \iff 8 = p \iff p = 8$ *. Conclusion , une équation de (CD) est* $y = x + 8$

Déterminer les coordonnées de G point d'intersection de (AB) et (CD) . G(x;y) est sur (AB) et (CD) donc $y = 3x - 2$ *et* $y = x + 8$ *. On a donc* $3x - 2 = x + 8 \iff 3x - x = 8 + 2 \iff 2x = 10 \iff x = 5$ *.*
Calculons maintenant y : $y = x + 8 = 5 + 8 = 13$
Conclusion : G(5;13)

Exercice 17
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de D d'équation $y = 2x - 7$ *et D' d'équation* $y = -2x + 9$ *.* $2x - 7 = -2x + 9 \iff 2x + 2x = 9 + 7 \iff 4x = 16 \iff x = 4$ *.*
Calculons y . $y = 2x - 7 = 2 \times 4 - 7 = 1$
Conclusion : le point d'intersection de D et D' a pour coordonnées (4;1)

Exercice 18

La droite D a pour équation $x = 4$ *et la droite D' a pour équation* $y = 2$ *. Quelles sont les coordonnées de leur point d'intersection ? On a directement* $x = 4$ *et* $y = 2$ *donc les coordonnées du point d'intersection de D et D' sont (4;2)*

La droite D a pour équation $x = 2$ *et la droite D' a pour équation* $y = 2x+5$ *. Quelles sont les coordonnées de leur point d'intersection ? On a déjà* $x = 2$ *. Calculons y :* $y = 2 \times 2 + 5 = 9$ *. Donc le point d'intersection de D et D' a pour coordonnées (2;9)*

La droite D a pour équation $y = 3$ *et la droite D' a pour équation* $y = 2x - 7$ *. Quelles sont les coordonnées de leur point d'intersection ? On a déjà* $y = 3$*. Il reste à calculer x :* $3 = 2x - 7 \iff 3 + 7 = 2x \iff 10 = 2x \iff x = 5$ *. Le point d'intersection de D et D' a pour coordonnées (5;3)*