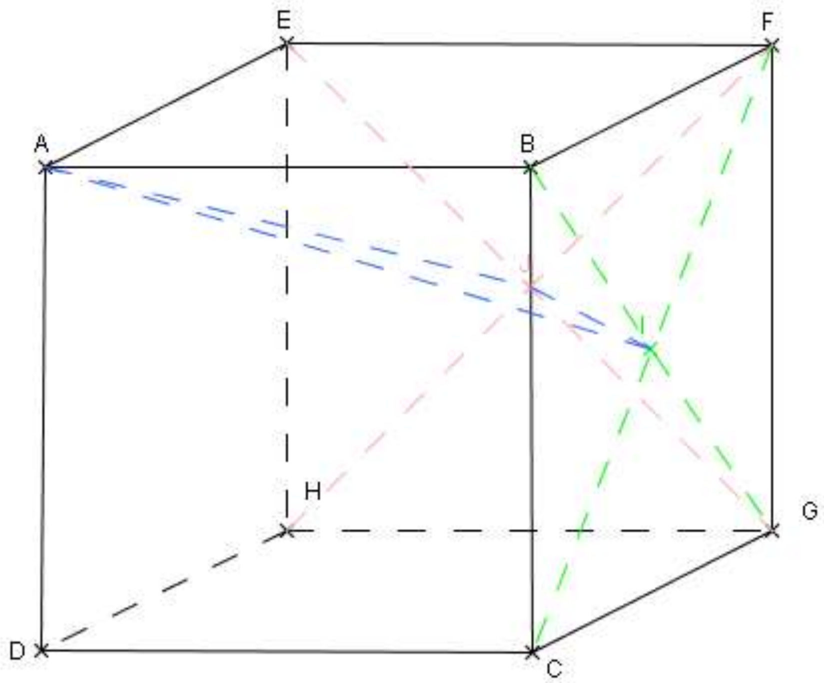
Exercice 1



1) Le triangle BCG est rectangle en C ; on peut donc utiliser Pythagore .

$$BI = \frac{1}{2}BG = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Et donc maintenant dans le triangle ABI rectangle en I , on utilise aussi Pythagore :

$$AI^2 = AB^2 + BI^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

Donc

$$AI = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

De la même façon , on calcule AJ dans le triangle AEJ rectangle en E et on obtient

AJ = AI .

Par le théorème des milieux dans le triangle FHC , on a :

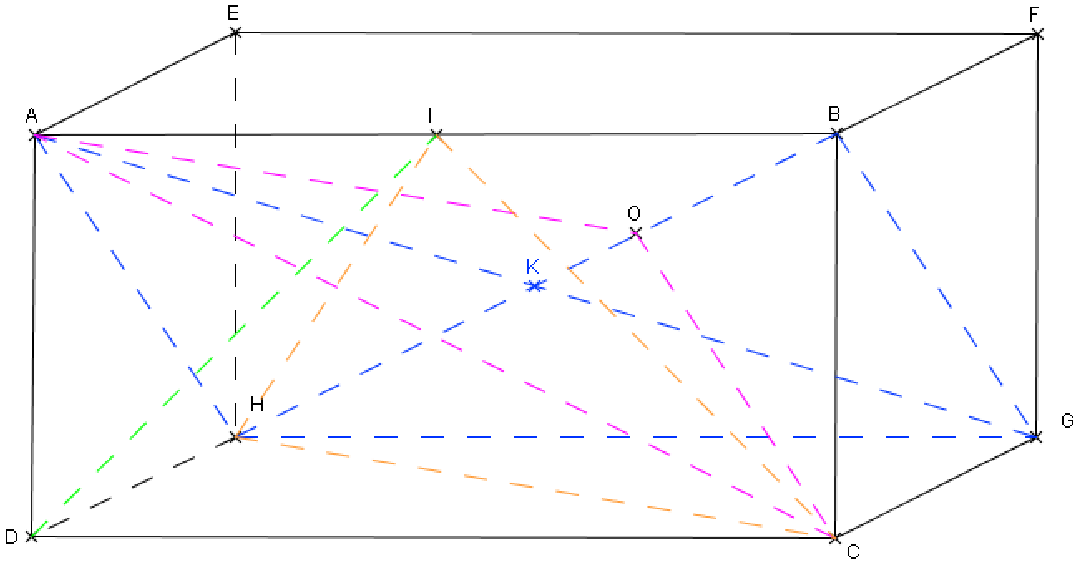
$$IJ = \frac{1}{2}HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

2) AIJ est un triangle isocèle en A . Si on appelle L le milieu de [IJ] alors on a :

$$sin\widehat{IAL} = \frac{IL}{AI} = \frac{a\sqrt{2}}{4} \times \frac{2}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

Et puisque $\widehat{IAJ} = 2\widehat{IAL} = 33{,}6°$

Exercice 2



1) HGBA est un parallélogramme car par définition d'un parallélépipède , ses côtés opposés sont parallèles . De plus , les faces d'un parallélépipède sont orthogonales , donc la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (BG) . Il y a un angle droit dans notre parallélogramme , c'est donc un rectangle .

Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et ont même longueur donc AK = BK ; le triangle AKB est donc isocèle en K .

Le triangle ABG est rectangle en B donc

$$tan\widehat{BAG} = \frac{BG}{AB}$$

En utilisant Pythagore dans les faces , on obtient : $BG^2 = 16 + 16 = 32$ donc $BG = 4\sqrt{2}$ et puisque AB = 8 , on a

$$tan\widehat{BAG} = \frac{BG}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Et donc $\widehat{BAG} = 35{,}26°\ et\ \widehat{AKB} = 180 - 2 \times 35{,}26 = 109{,}48°$

2) Par Pythagore , $AC^2 = 64 + 16 = 80$ donc $AC = 4\sqrt{5}$. Le triangle AEO est rectangle en E donc $AO^2 = AE^2 + EO^2 = 16 + 20 = 36$ donc OA = 6 cm . Par un raisonnement analogue , OC = 6 cm . Le triangle AOC est isocèle en O . Soit L le pied de la hauteyr issue de O dans le triangle OAC . On a alors :

c

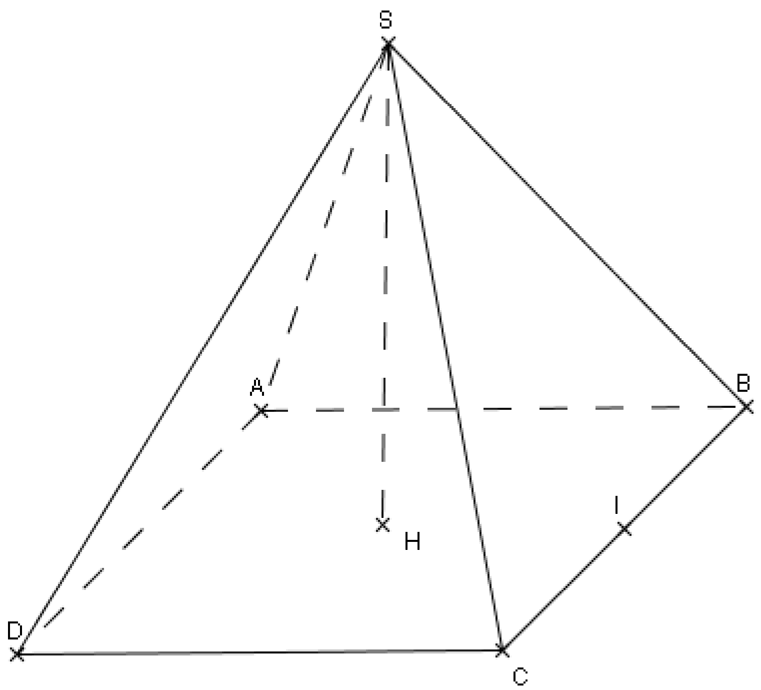
$$\cos\widehat{OAC} = \frac{AL}{AO} = \frac{2\sqrt{5}}{6}\ donc\ \widehat{OAC} = \ \widehat{OCA} = 42°\ et\ donc\ \widehat{AOC} = 96°$$

3) Par Pythagore , ID² = IA² + AD² = 32 et de même pour IC² donc IC = ID = $4\sqrt{2}$ cm

Or DC = 8 cm et on a : DC² = ID² + IC² donc par la réciproque du théorème de Pythagore , le triangle IDC est rectangle en I .

HDI est un triangle rectangle en D donc HI² = HD² + DI² = 16 + 32 = 48 .
De plus, HC² = 80 et IC² = 32 . On a HI ² + IC² = HC² donc par la réciproque de Pythagore , HIC est rectangle en I .

Exercice 3



1) SHI est un triangle rectangle en S donc par Pythagore : SI² = SH² + HI² = 16 + 1 = 17 donc $SI = \sqrt{17}$ cm

Le triangle SHB est un triangle rectangle en H donc SB² = SH² + HB² = 16 + 2 = 18 donc $SB = 3\sqrt{2}$ cm

2) On travaille dans HIS rectangle en H :

$$\tan\widehat{HIS} = \frac{SH}{HI} = 4\ et\ donc\ \widehat{HIS} = 76°$$