Exercices dans l'espace : objectif première S

Exercice 1

Soit un pavé droit ABCDEFGH tel que $E\hat{B}F = 60°$ et $F\hat{B}G = 45°$. Calculer l'angle $E\hat{B}G$

Exercice 2

Soit un cube ABCDEFGH . On appelle I , J , K , L , M et N les centres respectifs des faces ABCD , BCGF , CDHG , ADHE , ABFE et EFGH .

1) Montrer que (LM) est parallèle à (FH) et que $LM = \frac{1}{2}HF$
2) En déduire que :
   - toutes les faces du solide IJKLMN sont des triangles équilatéraux
   - le quadrilatère JKLM est un carré (ainsi que IKNM et LIJN)
   - les diagonales (LJ) , (IN) et (KM) sont concourantes au centre du cube et deux à deux orthogonales
3) Calculer le volume de l'octaèdre régulier IJKLMN en fonction de la longueur a du côté du cube

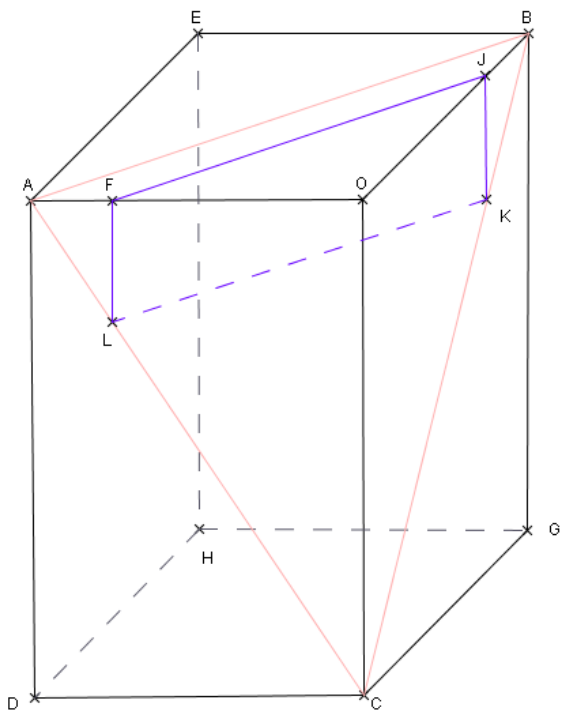
Exercice 3

On découpe un tétraèdre OABC dans un coin d'un cube où O est un sommet et A , B et C sont des points situés sur les arêtes du cube issue de O .

On désigne par L , M et N les pieds des hauteurs issues de O respectivement dans les triangles OAB , OBC et OCA

1) Montrer que (AM) , (BN) et (CL) sont les hauteurs du triangle ABC
2) Soit H l'orthocentre du triangle ABC . Montrer que H est le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC)
3) On pose OA = a , OB = b , OC = c , OH = h et S l'aire du triangle ABC .
   a) Calculer OL en fonction de a et b , puis CL^2 en fonction de a , b et c . En déduire S^2
   b) En exprimant de deux manières différentes le volume du tétraèdre OABC , établir que $h = \frac{abc}{2S}$
   c) En déduire $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

Exercice 4



Le pavé droit ci-contre est tel que OA = OB = 4 cm et OC = 8 cm

Soit M un point de (AO) . Les points J , L et K sont situés respectivement sur [OB] , [AC] et [BC] et sont construits de la façon suivante :

(FJ) est parallèle à (AB) , (FL) est parallèle à (OC) et (JK) parallèle à (OC)

1) Montrer que FJKL est un rectangle
2) On pose OF = x avec 0 < x < 4 . Exprimer FJ et FL en fonction de x et en déduire l'aire de FJKL en fonction de x
3) Déterminer la position de F pour laquelle l'aire de FJKL est la plus grande possible