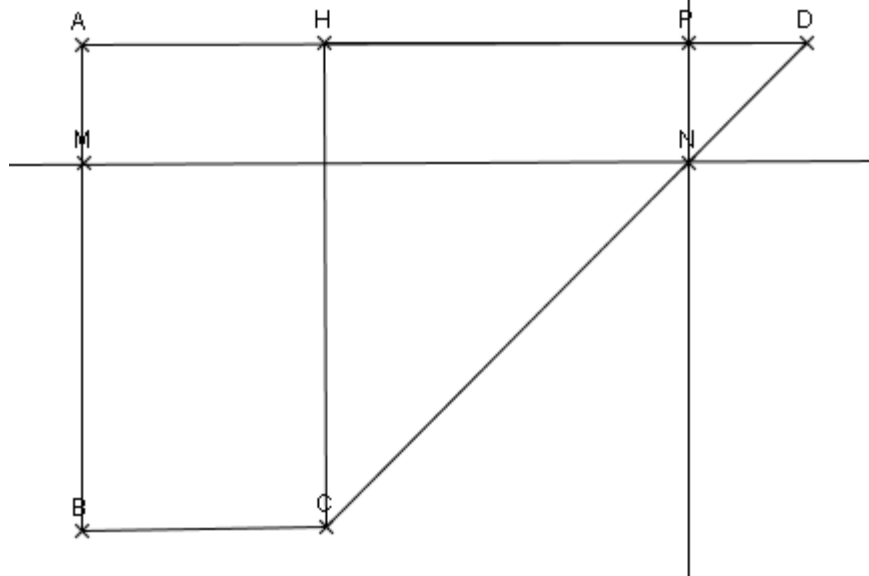


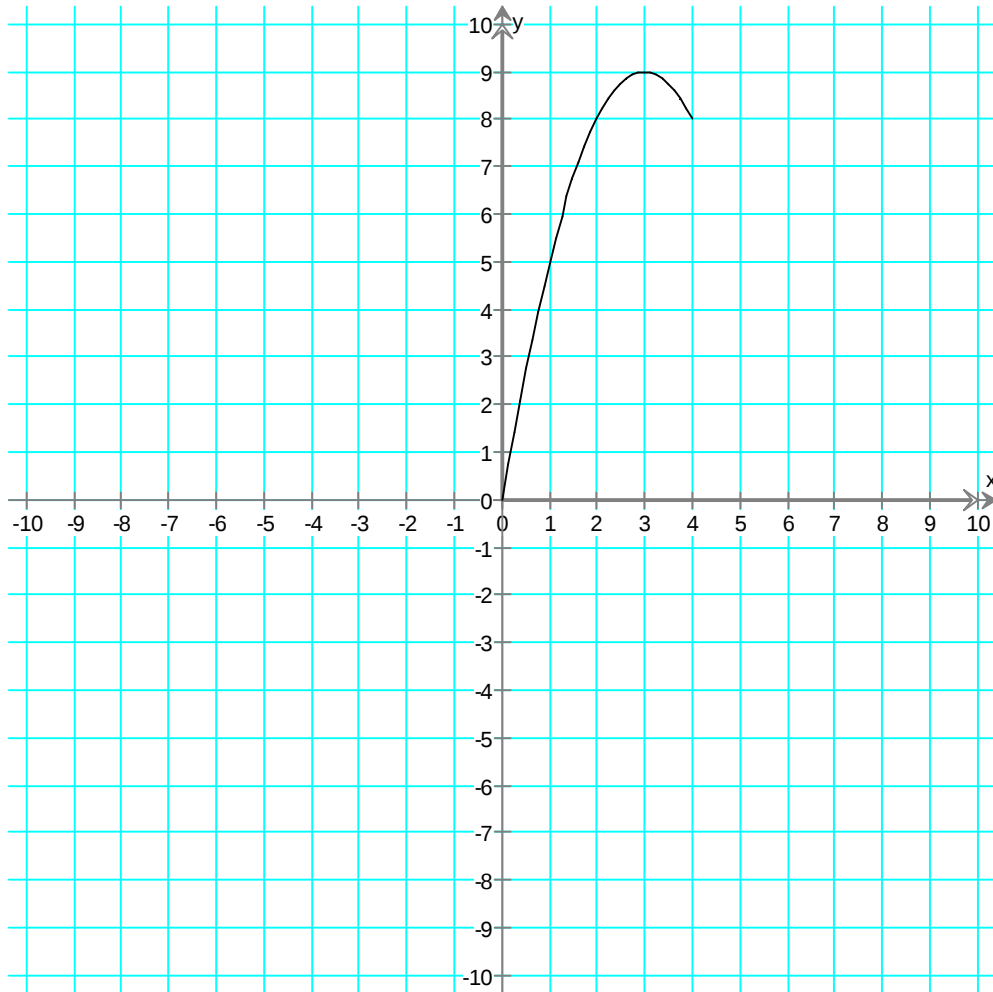
Corrigé étude de fonction



- 1) a) (CH) et (HD) sont perpendiculaires par définition d'un projeté orthogonal.
De plus, $BC = AH = 2$ cm et $HD = AD - AH = 6 - 2 = 4$ cm $= AB = HC$. Donc CHD est un triangle rectangle isocèle en H.
- b) Par énoncé, (AM) est perpendiculaire à (AP). De plus, (AP) est parallèle à (MN) par construction et (AM) est parallèle à (NP) par construction. Donc AMNP est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux, c'est donc un parallélogramme, de plus il possède un angle droit, c'est donc un rectangle. On obtient automatiquement NPD rectangle en P. Par Thalès dans le triangle DHC, on a : $\frac{DP}{DH} = \frac{PN}{HC}$, or $DH = HC$ d'où : $DP = PN$. On a bien DPN rectangle isocèle en P.
- 2) a) l'aire de AMNP est $f(x) = AM \times MN$.
Puisque $DP = PN = AM = x$, on a : $MN = 6 - x$. D'où : $f(x) = x(6 - x)$.
De plus : $9 - (x - 3)^2 = 9 - (x^2 - 6x + 9) = -x^2 + 6x = f(x)$.

b)

Longueur AM, x	0	1	2	2,5	3	4
Aire de AMNP, f(x)	0	5	8	8,75	9	8



3)

4) a) $x = 1,5$ alors $f(x) = 7 \text{ cm}^2$.

b) pour $x = 3$, c'est-à-dire $AM = 3 \text{ cm}$.

c) x doit appartenir au segment $[2 ; 4]$.

d) on choisit 8,5 sur l'axe vertical et la droite horizontale qui passe par 8,5 coupe la courbe en deux points.

5) a) on choisit $f(x) = 9 - (x - 3)^2$. Alors, $f(x) \leq 9$ si $9 - (x - 3)^2 \leq 9$ c'est-à-dire :
 $-(x - 3)^2 \leq 0$ ou encore $(x - 3)^2 \geq 0$. Or ceci est vrai pour tout x car un carré est positif sur $\mathbb{R}$. $f(3) = 9$, on vient donc de montrer que $f(x) < f(3)$ ce qui est la définition de f admet un maximum pour $x = 3$. Si $x = 3$ alors $AMNP$ est un rectangle tel que $AM = 3$ et $AP = 3$ donc $AMNP$ est un carré car rectangle avec deux côtés consécutifs égaux.

b) on garde encore $f(x) = 9 - (x - 3)^2$; On doit donc résoudre : $9 - (x - 3)^2 = \frac{17}{2}$

autrement dit : $9 - \frac{17}{2} - (x - 3)^2 = 0$ c'est-à-dire : $\frac{1}{2} - (x - 3)^2 = 0$. On factorise en

utilisant $a^2 - b^2$ ce qui donne : $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - (x - 3)\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + x - 3\right) = 0$ ou encore

$\left(\frac{1 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - x\right)\left(\frac{1 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + x\right) = 0$ donc les deux solutions sont : $x = \frac{1 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 6}{2}$ et

$x = \frac{3\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{6 - \sqrt{2}}{2}$