Etude de fonction

ABCD est un trapèze rectangle de bases $AD = 6 \text{ cm}$, $CB = 2 \text{ cm}$, de hauteur $AB = 4 \text{ cm}$.
Soit H le projeté orthogonal de C sur [AD] .Un point M décrit le segment [AB] et on pose $AM = x$.

La parallèle à (AD) passant par M coupe [CD] en N et la parallèle à (AB) passant par N coupe [AD] en P .

- 1) a) Montrer que le triangle CHD est un triangle rectangle isocèle .
b) Démontrer que AMNP est un rectangle et que NPD est un triangle rectangle isocèle
- 2) On appelle $f(x)$ l'aire du rectangle AMNP lorsque x décrit l'intervalle $[0 ; 4]$.
a) Montrer que $f(x) = x(6 - x)$ et vérifier que $f(x) = 9 - (x - 3)^2$.
b) Compléter le tableau suivant :

Longueur AM , x	0	1	2	2,5	3	4
Aire de AMNP , $f(x)$						

- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction f .
- 4) Par lecture graphique , répondre aux questions suivantes :
 - a) Lorsque $AM = \frac{1}{4}AD$, quelle est l'aire de AMNP ?
 - b) Pour quelle position de M l'aire du rectangle AMNP semble t'elle maximale ?
 - c) Sur quel segment faut-il choisir le point M pour que l'aire du rectangle soit supérieure ou égale à 8 cm^2 ?
 - d) Vérifier qu'il existe deux points M pour lesquels l'aire du rectangle est égale à $\frac{17}{2} \text{ cm}^2$.
- 5) Répondre aux questions suivantes par le calcul en choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adaptée :
 - a) Montrer que $f(x) \leq 9$. Peut-on affirmer que l'aire du rectangle est maximale lorsque $x = 3$? Quelle est la nature de AMNP lorsque $x = 3$?
 - b) Montrer que l'aire du rectangle AMNP est égale à $\frac{17}{2} \text{ cm}^2$ lorsque $x = \frac{6 - \sqrt{2}}{2}$
ou $x = \frac{6 + \sqrt{2}}{2}$