Corrigé sur exercices synthèse sur les fonctions

Exercice 1

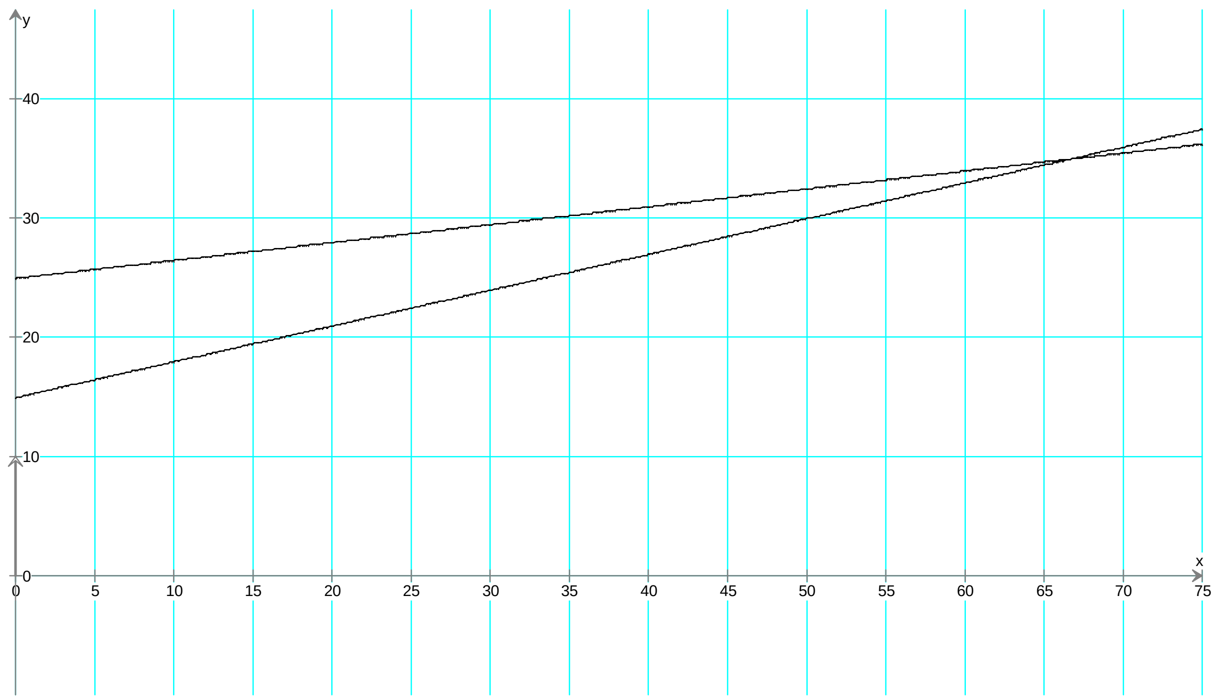
$f(x) = ax^2 + bx + c$. On sait que A est placé sur la courbe de f donc ses coordonnées doivent vérifier l'équation de f d'où l'équation : $2 = a(1)^2 + b(1) + c$ c'est-à-dire : $2 = a + b + c$ (*)
De même pour B : $6 = a(-1)^2 + b(-1) + c$ d'où : $6 = a - b + c$ (**)
Et enfin pour C : $3 = a(0)^2 + b(0) + c$ donc $3 = c$
On a donc : $c = 3$, on remplace c par 3 dans (*) : $2 = a + b + 3$, on obtient : $a + b = -1$
On remplace c par 3 dans (**) : $6 = a - b + 3$ ce qui donne $a - b = 3$.
On résout le système $a + b = -1$
$a - b = 3$
En additionnant les deux lignes : $2a = 2$ donc $a = 1$ et par suite $b = -1 - a = -2$
Conclusion : $f(x) = x^2 - 2x + 3$

Exercice 2

1) Premier contrat : $f(x) = 25 + 0{,}15\,x$; deuxième contrat : $g(x) = 15 + 0{,}30\,x$
2) Ce sont deux fonctions affines, il suffit donc d'avoir deux points par courbes car ce sont des droites :

x	0	75
f(x)	25	36,25

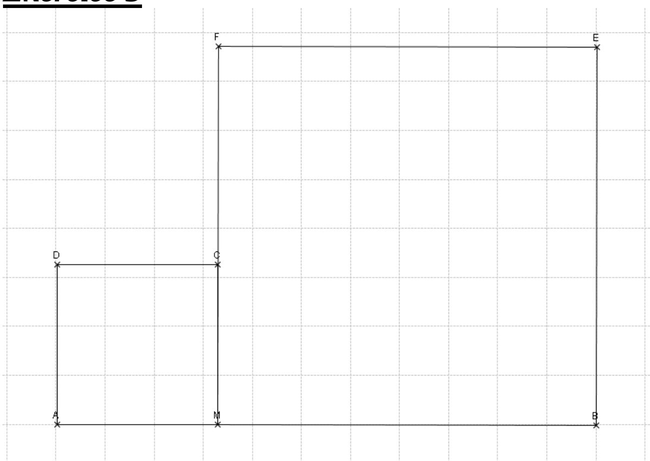
x	0	75
g(x)	15	37,5



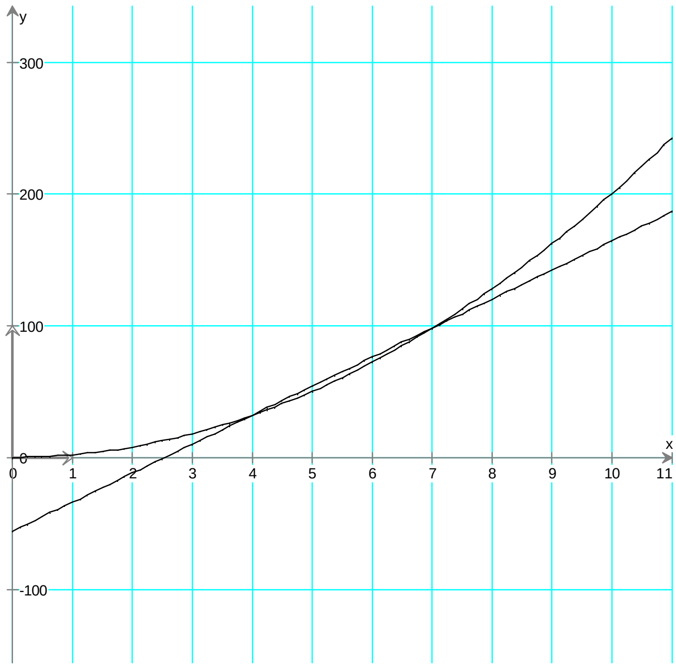
3) Pour $x \in [0 ; 67]$; le deuxième contrat est plus avantageux et pour $x \in [67 ; 75]$, c'est le premier contrat.
4) On doit résoudre $f(x) < g(x)$: $25 + 0{,}15x < 15 + 0{,}30x$
$10 < 0{,}15\,x$
$$\frac{10}{0{,}15} < x$$
$66{,}7 < x$ la conclusion est donc : si x est plus grand que 66,7 , alors f(x) est plus petit

que g(x) autrement dit en langage courant , le premier contrat est plus intéressant quand on parcourt plus de 67 km .

Exercice 3



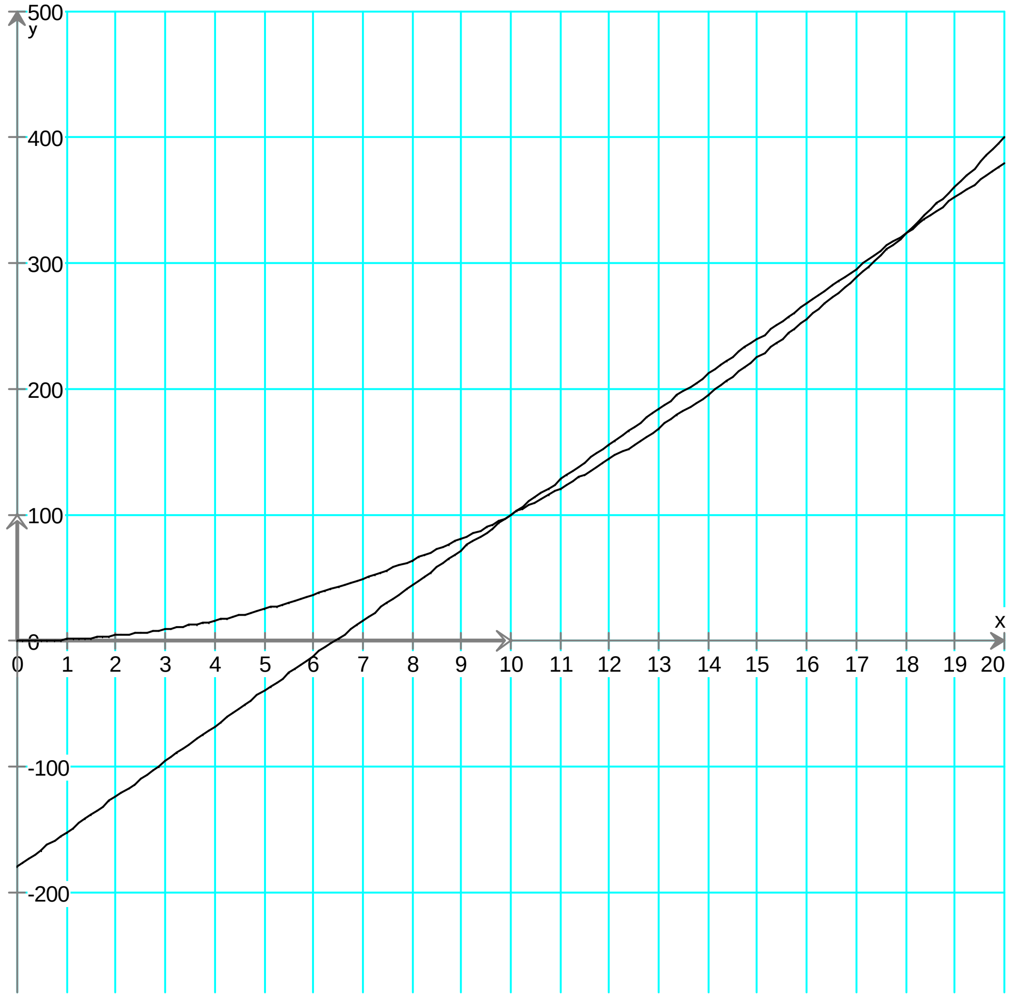
AB = 11 cm. Posons AM = x. On a alors $0 < x < 11$
Alors l'aire du carré AMCD est x^2. L'aire de MBEF est $(11 – x)^2$.
Donc la somme des deux aires est : $x^2 + (11 – x)^2$ et on doit donc résoudre
$x^2 + (11 – x)^2 = 65$
$x^2 + 121 – 22x + x^2 = 65$
$2x^2 - 22x + 56 = 0$
Ceci n'est pas une équation que l'on sait résoudre directement en seconde , alors on va utiliser les outils à notre disposition ; cette équation peut aussi s'écrire $2x^2 = 22x – 56$
On va alors étudier la fonction $f(x) = 2x^2$ et la fonction $g(x) = 22x – 56$. On va tracer leurs courbes dans le même repère sur l'intervalle [0 ;11] et déterminer graphiquement l'intersection de ces deux courbes , ce sera une solution approchée de notre équation . (on peut le faire avec un tableur , une calculatrice ou un logiciel de tracé de courbes , ici orge)



Il y a deux points d'intersection : x = 4 et x = 7 environ . On en conclut qu'il y a deux positions possibles pour le point M , l'une à 4 cm de A , l'autre à 7 cm de A (c'est-à-dire à 4 cm de B !)

Exercice 4

Soit x la longueur du rectangle et soit y sa largeur . Alors , on a deux équations :
$xy = 180$ et $2(x + y) = 56$ qu'on peut simplifier en écrivant : $xy = 180$ et $x + y = 28$
On a aussi : $xy = 180$ et $y = 28 - x$ donc $x (28 - x) = 180$
On doit donc résoudre : $28x - x^2 = 180$
Par le même procédé que dans l'exercice 3 : $x^2 = 28x - 180$ et on cherche l'intersection des courbes de deux fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = 28x - 180$. Comme on ne connaît pas l'intervalle de travail (on sait seulement que $x > 0$) , on donne à l'outil une valeur de x maximale assez grande)



On a donc solution : x = 10 et x = 18 . On a donc deux rectangles qui répondent à cette question , le premier de longueur 10 cm et donc de largeur 18 cm (l'aire étant égale à 180 cm^2 , on trouve la largeur en divisant l'aire par la longueur) et l'autre de longueur 18 cm et de largeur 10 cm ! Autrement dit, on a un seul rectangle solution !!