# *Corrigé objectif première S*

## Exercice 1

Commençons par exprimer en fonction de x l'aire de la figure rose : on peut considérer qu'elle est constituée d'un carré de côté x + 2 et d'un carré de côté 2 donc son aire est : $(x+2)^2 + 4$

Maintenant , intéressons nous à la figure verte : elle est constituée d'un rectangle de x + 4 sur x et d'un deuxième rectangle de x sur 2 donc son aire est : x(x + 4) + 2x

On a donc l'inéquation à résoudre : $x(x+4)+2x \geq (x+2)^2+4$

Soit : $x^2+4x+2x \geq x^2+4x+4+4$

$2x \geq 8$

$x \geq 4$

S = $[4;+\infty[$

## Exercice 2

1) Volume du cube : V1 = $a^3$ ;
   Volume du pavé droit à base carrée de côté a : V2 = $a^2 \times 1 = a^2$
   Volume du pavé droit à base carrée de côté 1 : V3 = $1^2 \times a = a$
   Si 0 < a < 1 , alors V1 < V2 < V3
   Si a > 1 , V3 < V2 < V1
2) Un cube a 6 faces chacune d'aire $a^2$ donc A1 = 6 $a^2$
   Un pavé droit à base carrée de côté a et de hauteur 1 a 2 faces d'aire $a^2$ et 4 faces d'aire a donc A2 = $2a^2 + 4a$
   Un pavé droit à base carrée de côté 1 et de hauteur a possède 2 faces d'aire 1 et 4 faces d'aire a donc A3 = 4a + 2
   Comparons A2 et A3 : A2 – A3 = $2a^2$ - 2 = 2 ( a – 1 ) (a + 1 )
   Puisque a est une longueur , a > 0 , donc 2(a +1 ) > 0 et A2 – A3 est du signe de a – 1
   Donc A2 < A3 si a < 1 et A2 > A3 si a > 1
   Comparons A1 et A2 : A1 – A2 = $4a^2$ - 4a = 4a ( a – 1 )
   Donc A1 < A2 si a < 1 et A1 > A2 si a > 1
   Conclusion : si a < 1 : A1 < A2 < A3 et si a > 1 alors A1 > A2 > A3

## Exercice 3

Aire du rectangle : A = 2x

Aire du demi-disque : A' = $\dfrac{\pi R^2}{2} = \dfrac{\pi \times \left(\dfrac{x}{2}\right)^2}{2} = \dfrac{\pi x^2}{8}$

D'où l'inéquation à résoudre : $2x \geq \dfrac{\pi x^2}{8}$

Cette inéquation équivaut à : $\dfrac{\pi x^2 - 16x}{8} \leq 0$

$\dfrac{x(\pi x - 16)}{8} \leq 0$

Or x est une longueur donc x > 0 , de plus , 8 > 0 et donc il faut que $\pi x - 16 \leq 0$ c'est-à-dire $x \leq \dfrac{16}{\pi}$ et donc S = $\left]0;\dfrac{16}{\pi}\right[$

## Exercice 4

Soit C1 le cylindre de hauteur a . Alors le périmètre de sa base , $2\pi R$, est égal à b et le rayon de sa base vaut donc $\frac{b}{2\pi}$ . L'aire de sa base vaut donc $\pi\left(\frac{b}{2\pi}\right)^2 = \frac{b^2}{4\pi}$

Son volume V1 = $\frac{ab^2}{4\pi}$

Soit C2 le cylindre de hauteur b . Par des raisonnements analogues , l'aire de sa base vaut : $\frac{a^2}{4\pi}$ et son volume V2 = $\frac{ba^2}{4\pi}$

Les volumes sont identiques seulement si a = b

***Exercice 5***

On sait que a et b sont positives puisque ce sont des longueurs ( et l'encadrement le confirme)

Aire : $127\times51 < ab < 128\times52$ donc 6477 < aire < 6656

Périmètre : $2\times127+2\times51 < 2a+2b < 2\times128+2\times52$ donc 356 < périmètre < 360

Diagonale : $127^2 + 51^2 < a^2 + b^2 < 128^2 + 52^2$ d'où 18 730 < $a^2 + b^2$ < 19 088

Et $\sqrt{18730} < \sqrt{a^2+b^2} < \sqrt{19088}$ donc 136,85 < diagonale < 138 , 15

***Exercice 6***

1) L'aire totale de la boite est : $a^2 + 4\,ah$ . Or on nous dit qu'elle doit être égale à 48 dm²

   donc $a^2 + 4ah = 48$ et h = $\frac{48-a^2}{4a}$ . Le volume est V = $a^2$ h = $\frac{a(48-a^2)}{4}$

   Puisque h est une longueur , h > 0 donc 48 – $a^2$ > 0 et $0 < a < \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

2) Regroupons les valeurs dans un tableau

| a | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | 11,75 | 22 | 29,25 | 32 | 28,75 | 18 |

Il semble que la valeur de V soit maximale pour environ a = 4

3) On pose a = x + 4 ce qui donne :

   $$V = \frac{(x+4)\left(48-(x+4)^2\right)}{4} = \frac{(x+4)(48-x^2-8x-16)}{4} = 32-\frac{x^3}{4}-3x^2 = 32-x^2\left(\frac{x}{4}+3\right)$$

Or puisque $0 < a < 4\sqrt{3}$ alors $-4 < x < 4\sqrt{3}-4$ et $2 < \frac{x}{4}+3 < 2+\sqrt{3}$

On peut donc en conclure que $x^2\left(\frac{x}{4}+3\right) > 0$ et donc V < 32

Le volume est donc maximal quand V = 32 et il faut pour cela que x = 0

4) V = 32 , x = 0 et donc a = 4 . La boite mesure donc 4 dm de côté pour sa base carrée et sa hauteur est 2 dm