

Principe

En mathématiques, il y a deux types de propositions : les vraies et les fausses
Pour montrer qu'une proposition est vraie, nous devons utiliser un théorème ou faire un calcul avec des lettres : pas question de donner un exemple, ça ne suffit pas

Exemple

Montrer que $2x^3 - 4x + 3 = (x-1)(2x^2 + x - 3)$

Si on remplace x par des valeurs, ce ne sont que des exemples car il faudrait remplacer x par tous les réels, or on ne peut pas tester tous les réels, on va donc faire le calcul avec les lettres
 $(x-1)(2x^2 + x - 3) = 2x^3 + x^2 - 3x - 2x^2 - x + 3 = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$

Par contre, lorsqu'une proposition est fautive, pour le montrer, il suffit de fournir un exemple qui contredit cette proposition, on l'appelle un contre-exemple

Exemple :

Montrer que la phrase « tout nombre impair est premier » est fautive

9 est un nombre impair, non premier donc la phrase est fautive

 Un exemple ne peut pas montrer qu'une phrase est vraie mais il peut montrer qu'une phrase est fautive.

Différence entre « toute » et « il existe »

Dans une phrase, l'expression « il existe » signifie qu'on peut trouver une (ou plusieurs) cas qui répondent à la question : donner un exemple suffit alors pour la démontrer

Dans une phrase, l'expression « tout » ou « pour tout » signifie que la phrase doit être toujours vraie, et là un exemple ne suffira pas.

Entraînement

Pour chacune des phrases suivantes, dire si elle est vraie ou fautive et justifier

- 1) Tous les multiples de 5 sont des multiples de 10
- 2) Tout nombre premier est un nombre impair
- 3) Si $\hat{A}BC$ est un angle droit, alors ABCD est un carré
- 4) Pour tout réel a , il existe un réel b tel que $a = b^2$
- 5) Pour tous les réels a, b, c et d tels que $a + b = c + d$, on a : $a = c$ et $b = d$
- 6) Pour tout réel tel que $x^2 > 25$, alors $x > 5$
- 7) Toute droite parallèle à un plan est parallèle à toutes les droites du plan
- 8) Toute droite perpendiculaire à un plan est perpendiculaire à toutes les droites du plan
- 9) La somme de deux entiers multiples de 3 est un entier multiple de 6
- 10) Si n est un nombre premier, $n + 1$ ne l'est pas
- 11) Il existe des fonctions linéaires décroissantes
- 12) Toutes les fonctions affines sont croissantes