

*Passer d'une phrase à une expression mathématique*

1)  $a - \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$

2)  $b = a(3 + \sqrt{5})$

3)  $x = \frac{3}{4}a + \frac{4}{5}b$

4)  $2 = \frac{1}{2} + \frac{b}{a}$

5)  $2 = a + \frac{2}{b} = a + \frac{1}{2b}$

6)  $2 = \frac{b}{\frac{1}{2} + a}$

7)  $c - (a - b) = 2d$

8)  $d = (x - a) - b$

9)  $5n = 39 + 2n$

10)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$

Deuxième liste :

1)  $\frac{2}{a+1}$

2)  $\frac{a}{3+2a}$

3)  $a^2 - b^2$

4)  $a(b + 2c)$

5)  $2a^2 + ab$

6)  $2(a + b) a$

7)  $(a + 4)(a - 4)$

8)  $\frac{1}{b} + 2a$

9)  $\frac{1}{b+2a}$

10)  $\frac{2}{a}(a+b)$

*Si ... alors, réciproque et équivalence*

Si A alors B : Si  $n \geq 3$  alors  $n > 6$  : fausse ( cex : 4)

Si A alors C : Si  $n \geq 3$  alors  $n > 2$  : vraie

Si B alors C : Si  $n > 6$  alors  $n > 2$  : vraie

Si B alors A : si  $n > 6$  alors  $n \geq 3$  : vraie

Si C alors A : si  $n > 2$  , alors  $n \geq 3$  : faux ( cex : 2 ,5)

Si C alors B : si  $n > 2$  alors  $n > 6$  : faux ( cex : 4)

Avec le tableau :

- 1) Si  $a + b = c + d$  alors  $a = c$  et  $b = d$  fausse ; si  $a = c$  et  $b = d$  alors  $a + b = c + d$  vraie mais il n'y a pas d'équivalence car l'une des phrases est fausse
- 2) Si  $a + x = a + y$  alors  $x = y$ , vraie ; si  $x = y$  alors  $a + x = a + y$  vraie .  
Equivalence :  $a + x = a + y$  si et seulement si  $x = y$
- 3) Si  $xy > 0$  alors  $x > 0$  et  $y > 0$  : fausse ( les deux peuvent être négatifs ) ;  
si  $x > 0$  et  $y > 0$  alors  $xy > 0$  vraie ; pas d'équivalence
- 4) Si  $xy = 0$  alors  $x = 0$  ou  $y = 0$  vraie ; si  $x = 0$  ou  $y = 0$  alors  $xy = 0$  vraie .  
Equivalence ,  $xy = 0$  si et seulement si  $x = 0$  ou  $y = 0$
- 5) Si  $x + 4 > 0$  alors  $x > 0$ , fausse . Si  $x > 0$  alors  $x + 4 > 0$  vraie , pas d'équivalence
- 6) Si  $x > 0$  alors  $x + 4 > 4$  vraie ; si  $x + 4 > 4$  alors  $x > 0$  vraie .  
Equivalence :  $x > 0$  si et seulement si  $x + 4 > 4$
- 7) Si  $ax = ay$  alors  $x = y$  fausse (  $a = 0$  ne donne rien ) ; si  $x = y$  alors  $ax = ay$  . vraie . Pas d'équivalence
- 8) Si  $x$  est un multiple de 5 alors le chiffres des unités est 5 faux ; si le chiffre des unités est 5 alors  $x$  est un multiple de 5 , vraie . Pas d'équivalence
- 9) Si  $x = 2$  alors  $x^2 = 4$  vraie ; si  $x^2 = 4$  alors  $x = 2$  fausse ( on peut avoir -2) ; pas d'équivalence
- 10) Si  $\frac{1}{x} > 0$  alors  $x > 0$  vraie ; si  $x > 0$  alors  $\frac{1}{x} > 0$  vraie .  
Equivalence :  $\frac{1}{x} > 0$  si et seulement si  $x > 0$
- 11) Si ABC est un triangle rectangle en A alors  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  vraie ;  
si  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  alors ABC triangle rectangle en A ; vraie .  
Equivalence : ABC est un triangle rectangle en A si et seulement si  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- 12) Si on est le 1<sup>er</sup> janvier alors le lycée est fermé , vrai ; si le lycée est fermé alors on est le 1<sup>er</sup> janvier , fausse . Pas d'équivalence
- 13) Si  $\overline{AB} = \overline{CD}$  alors ABDC est un parallélogramme , vraie ; si ABDC est un parallélogramme alors  $\overline{AB} = \overline{CD}$  , vraie .  
Equivalence : ABDC est un parallélogramme si et seulement si  $\overline{AB} = \overline{CD}$
- 14) Si  $AB = CD$  alors  $\overline{AB} = \overline{CD}$  , fausse . Si  $\overline{AB} = \overline{CD}$  alors  $AB = CD$  vraie ; pas d'équivalence
- 15) Si ABCD est un rectangle alors  $AC = BD$  vraie ; si  $AC = BD$  alors ABCD est un rectangle fausse . Pas d'équivalence

### Négation d'une phrase

- 1) Aujourd'hui le soleil ne brille pas
- 2) Les droites d et d' sont sécantes
- 3)  $x \neq 12$
- 4)  $x \leq 0$
- 5) Il existe des triangles non rectangles
- 6) Tous les nombres réels vérifient  $x^2 > 0$
- 7) Tous les quadrilatères sont inscrits dans un cercle
- 8) Il existe un réel x tel que  $x^2 < 1$
- 9) Tous les triangles n'ont que des angles aigus
- 10) Il existe un réel x tel que  $x^2 = x$

Et, ou

- 1) Si ABCD est un carré de centre O alors  $O \in [AC]$  ...**et**.....  $O \in [BD]$
- 2) Si ABCD est un trapèze alors (AB) et (CD) sont parallèles ...**ou**..... (AD) et (BC) sont parallèles
- 3) Si ABC est un triangle isocèle alors  $AB = AC$  ...**ou**. ...  $BC = BA$  ...**ou**...  $CA = CB$
- 4) Si  $AB = AC$  ...**et**.....  $AB = BC$  alors ABC est un triangle équilatéral
- 5) Si d et d' sont des droites parallèles alors  $d \cap d' = \emptyset$  ...**ou**...  $d = d'$
- 6) Si  $(x - 1)(x - 3) = 0$  alors  $x = 1$  .....**ou**.....  $x = 3$
- 7) Si  $x^2 + y^2 = 0$  alors  $x = 0$  .....**et**.....  $y = 0$
- 8) Si  $ab > 0$  alors ( $a > 0$  ...**et**.....  $b > 0$ ) .....**ou**..... ( $a < 0$  ...**et**.... $b < 0$ )
- 9) Si  $x \in ]-5 ; -2[ \cup ]2 ; 5[$  alors  $-5 < x < -2$  ...**ou**...  $2 < x < 5$
- 10) Si  $x \in ]-5; 7[ \cap ]-3; 9[$  alors  $-5 < x < 7$  .....**et**.....  $-3 < x < 9$

Contraposée

- 1) Si  $x^2 \neq 16$  alors  $x \neq 4$
- 2) Si  $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$  alors ABC n'est pas rectangle en A
- 3) Si  $n^2$  est impair alors n est impair

Démonstration

La contraposée est : si n est impair alors  $n^2$  est impair

Montrons que cette propriété est vraie :

Soit  $n = 2p + 1$  alors  $n^2 = 4p^2 + 4p + 1 = 2(2p^2 + 2p) + 1$  qui est bien un nombre impair