★★ *Chapitre 7 : Fonctions* ★★

# 1 Généralités sur les fonctions

## 1.1 Courbes représentatives

**Définition.**

On appelle courbe représentative de f l'ensemble des points $M(x; f(x))$

Un point $A(a; b)$ appartient à la courbe de f si et seulement si $b = f(a)$

*Exemple.*

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5x + 1$ . Le point $A(1; -3)$ appartient-il à la courbe de f ?

## 1.2 Parité , périodicité

**Définition.**

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction paire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = f(x)$
- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction impaire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = -f(x)$

*Exemple.*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} = ]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = x^4 - x^2 + 8$ . Montrer que la fonction f est paire .

**Propriété.**

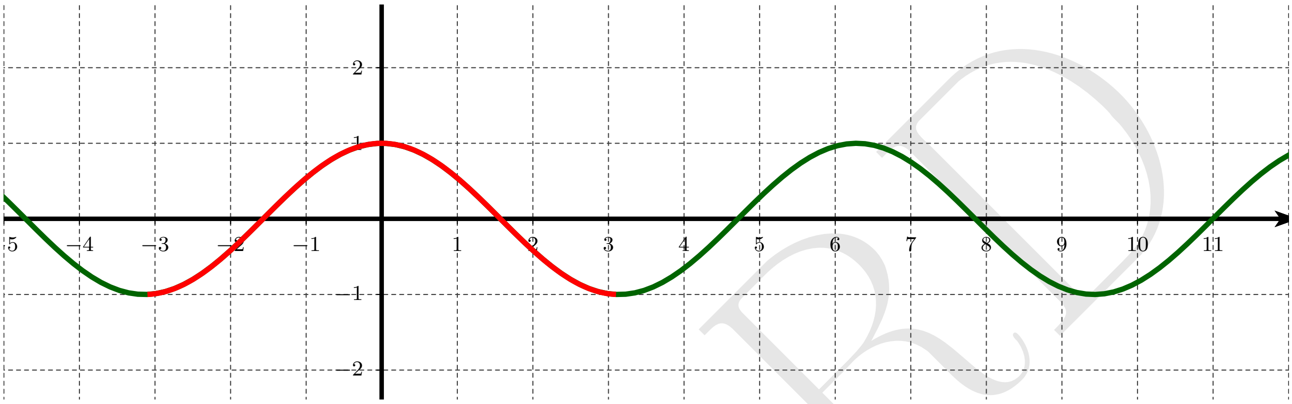
- La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère .

**Définition.**

On dit qu'une fonction f définie sur I est périodique de période T si et seulement si pour tout x de I , $f(x + T) = f(x)$

*Exemple.*

Les fonctions $f(x) = cos x$ et $g(x) = sin x$ qui seront étudiées l'année prochaine , sont $2\pi-$périodiques . Leurs courbes ont un "motif" de longueur $2\pi$ qui se répète à l'infini ( ci-dessous la courbe de f )




## 1.3 Résolution graphique d'équations et d'inéquations

**Définition.**

- Résoudre $f(x) = k$ , c'est déterminer l'abscisse x des points qui appartiennent à la courbe de f et dont l'ordonnée est égale à k .
- Résoudre $f(x) = g(x)$ , c'est déterminer l'abscisse x des points qui appartiennent à la courbe de f et à la courbe de g .
- Résoudre $f(x) < k$, c'est déterminer à quel intervalle appartient l'abscisse x des points de la courbe de f dont l'ordonnée est inférieure à k .
- Résoudre $f(x) > k$, c'est déterminer à quel intervalle appartient l'abscisse x des points de la courbe de f dont l'ordonnée est supérieure à k .

## 1.4 Résolution algébrique d'inéquations

**Propriété.**

$ax + b$ est du signe de a pour $x \in \left] -\frac{b}{a}; +\infty \right[$

| x | $-\infty$ | | $-\frac{b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $ax+b$ | | signe de -a | 0 | signe de a | |

*Exemple.*

| x | $-\infty$ $+\infty$ |
|---|---|
| $2x-8$ | 0 |

# 2 Fonctions de référence

## 2.1 Fonction racine

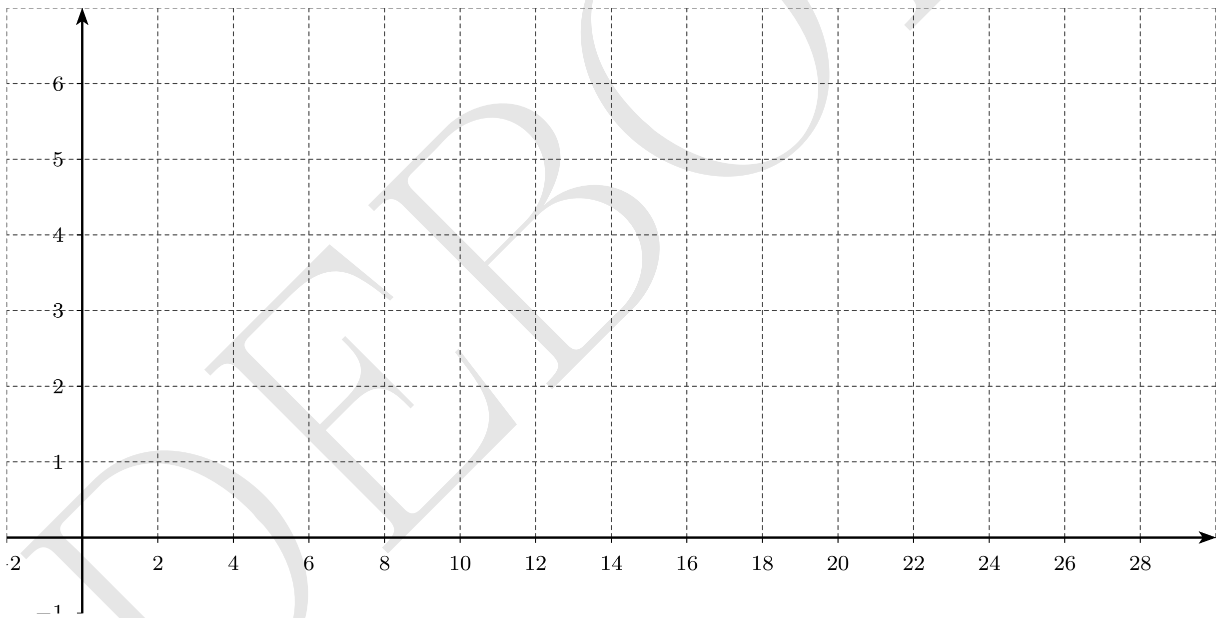
**Définition.**

La fonction racine est la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$

*Exemple.*

Tracer la courbe de $f(x)=\sqrt{x}$ .

| x | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{x}$ | | | | | | |



## 2.2 Fonction carré

**Définition.**

- La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$
- Sa courbe représentative est appelée parabole

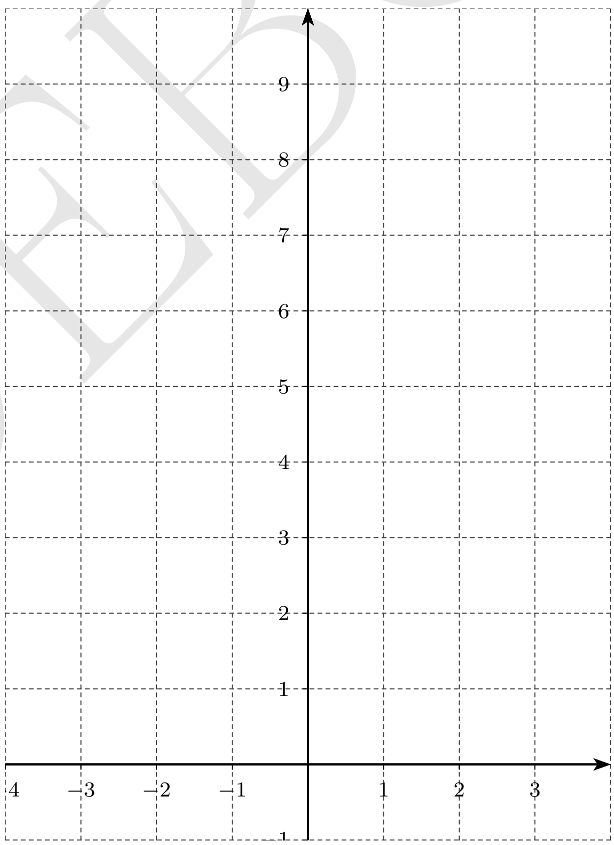
**Propriété.**

- La fonction carré est une fonction paire .
- La courbe de la fonction carré admet pour axe de symétrie l'axe des ordonnées et pour sommet l'origine du repère .

*Exemple.*

Tracer la courbe de $f(x) = x^2$ .

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | | | | | | |



## 2.3 Fonction cube

**Définition.**

La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$

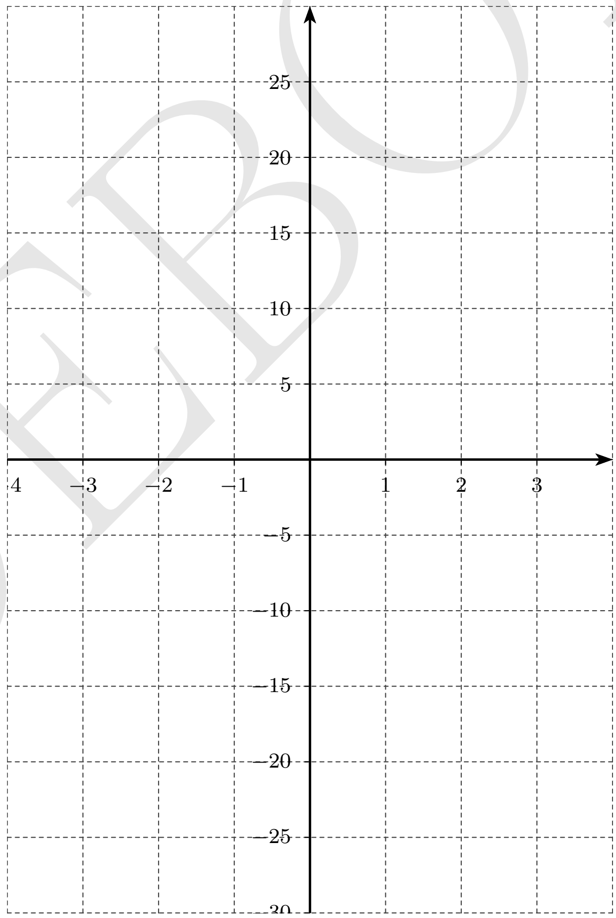
**Propriété.**

- La fonction cube est une fonction impaire .
- La courbe de la fonction cube admet pour centre de symétrie l'origine du repère .

*Exemple.*

Tracer la courbe de $f(x) = x^3$ .

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^3$ | | | | | | | |



## 2.4 Fonction inverse

**Définition.**

- La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$
- La courbe de la fonction inverse s'appelle une hyperbole .

**Propriété.**

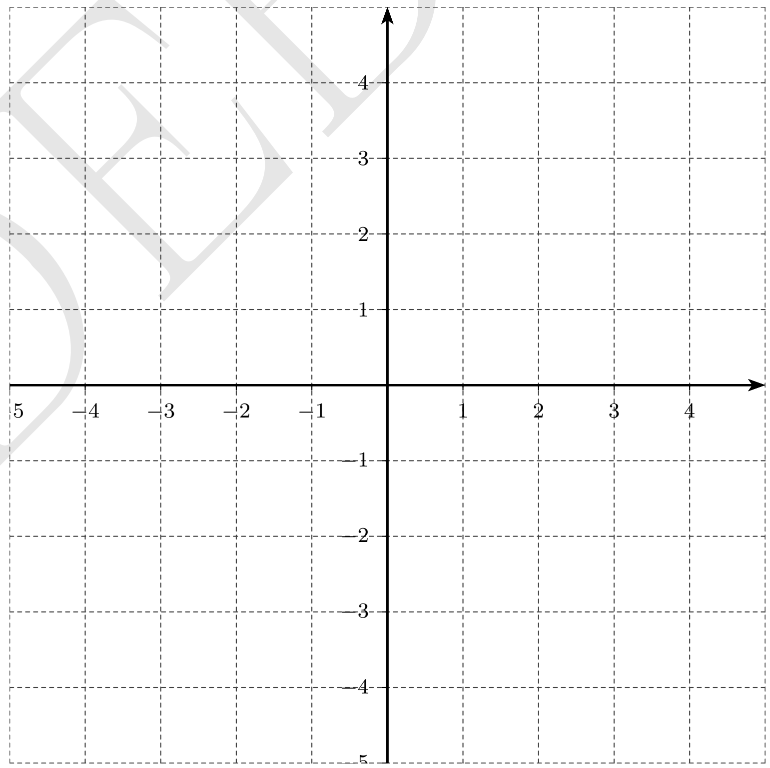
- Les axes du repère sont des asymptotes à la courbe .
- La fonction inverse est une fonction impaire .
- L'origine du repère est centre de symétrie de la courbe de la fonction inverse .

*Exemple.*

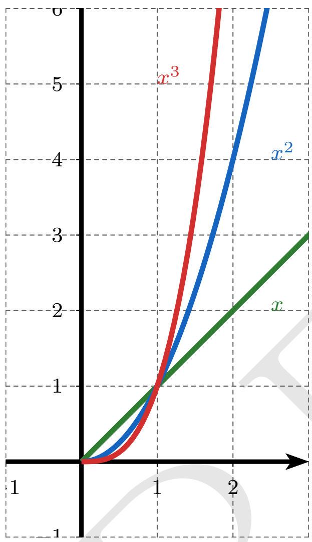
Tracer la courbe de la fonction inverse :

Commençons par remplir le tableau de valeurs suivant :

| x | -5 | -2 | -1 | 0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{x}$ | | | | | | | | | |



**Propriété.**




- $\forall x \geq 1 : x \leq x^2 \leq x^3$

- $\forall x \in [0; 1] : x^3 \leq x^2 \leq x$