

Le but

En seconde , on peut très vite se retrouver face à des équations qui découlent de problèmes mais qu'on ne peut pas résoudre algébriquement . Dans ce cas , on utilise la résolution graphique d'une équation du type $f(x) = g(x)$.

Comment

On trace soit avec la calculatrice , soit à la main sur une feuille , les courbes des deux fonctions f et g et on résout .

- L'équation $f(x) = g(x)$ a pour solutions les abscisses des points d'intersection des deux courbes

Méthode

On va procéder sur des exemples pour bien comprendre le principe .

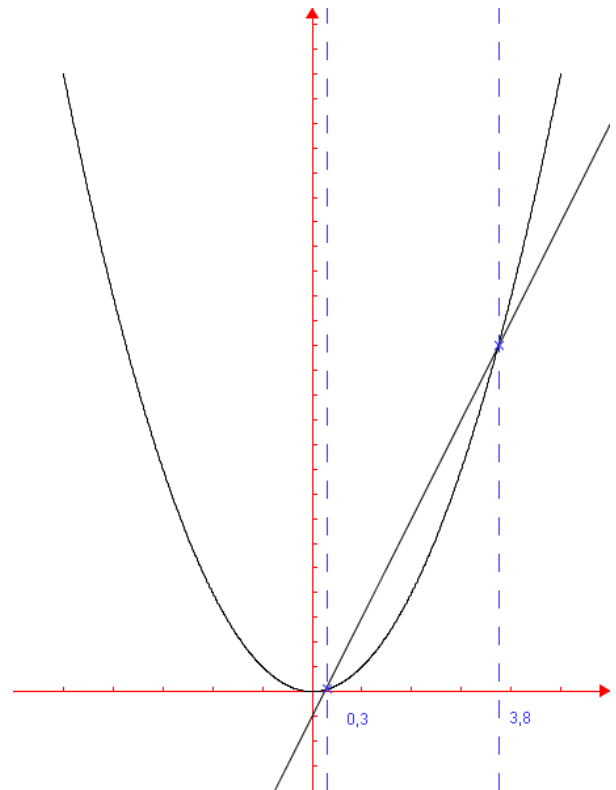
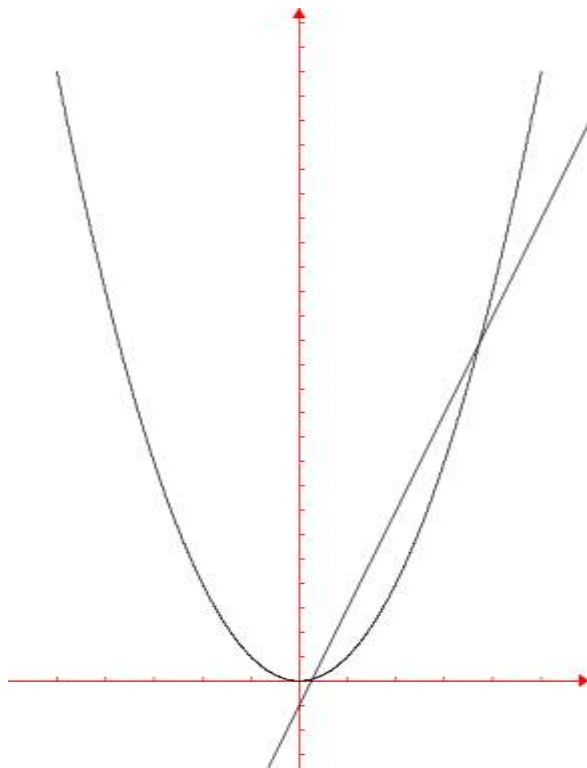
Exemple 1

On veut résoudre l'équation : $x^2 = 4x - 1$

Ceci n'est pas une équation qu'on peut résoudre algébriquement . On va considérer deux fonctions : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4x - 1$.

On trace les courbes des deux fonctions :

On regarde les points d'intersection et on lit les abscisses :



On peut donc dire , avec une précision toute relative car c'est une lecture graphique , que les solutions de $x^2 = 4x - 1$ sont environ $x = 0,3$ ou $x = 3,8$.

Exemple 2

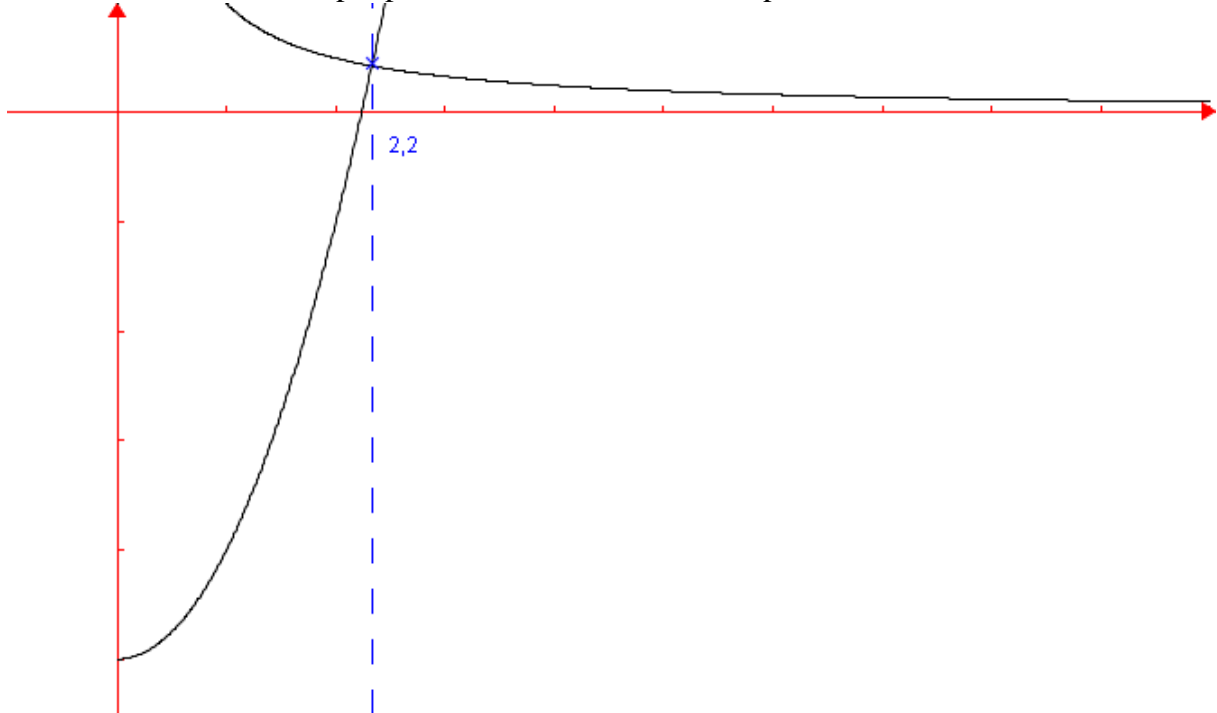
Voici un énoncé d'un exercice que l'on va décortiquer :

- 1) Tracer sur la calculatrice les courbes des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = x^2 - 5 \text{ et } g(x) = \frac{1}{x}$$

- 2) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$
 3) Montrer que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à l'équation $x^3 - 5x - 1 = 0$
 4) En déduire les solutions de l'équation $x^3 - 5x - 1 = 0$

On doit donc commencer par procéder comme dans l'exemple 1



La question 1) correspond au graphique (bien faire attention à ce qu'on vous demande : afficher seulement sur la calculatrice ou tracer les courbes sur la copie)

La question 2) : on répond : la solution de $f(x) = g(x)$ est environ $x = 2,2$

La question 3) : on demande de montrer que les deux écritures sont les mêmes , autrement dit , on écrit $f(x) = g(x)$ et par le calcul on retrouve $x^3 - 5x - 1 = 0$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 5 = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{x^3 - 5x}{x} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^3 - 5x = 1 \Leftrightarrow x^3 - 5x - 1 = 0$$

La question 4) utilise l'expression « en déduire », on doit donc utiliser les questions précédentes . On vient de montrer que l'équation $x^3 - 5x - 1 = 0$ est équivalente à $f(x) = g(x)$ donc les solutions de l'une sont aussi les solutions de l'autre . On peut donc dire que la solution de $x^3 - 5x - 1 = 0$ est environ $x = 2,2$