

**Exercice 1**

On considère un carré ABCD de côté 1 . Le point I est le milieu de [AB] . Le cercle de centre I et de rayon IC coupe la demi-droite (IB) en P .

1) Calculer les distances IB , IC et AP

2) On note  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  ( on lit « phi » et c'est le nombre d'or) . Montrer que

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{BP} = \Phi$$

3) Calculer  $\Phi^2$  et vérifier  $\Phi^2 = 1 + \Phi$

4) Supposons maintenant qu'il existe deux entiers p et q non nuls tels que  $\Phi = \frac{p}{q}$  est une

fraction irréductible

a) Les entiers p et q peuvent-ils être tous les deux pairs ?

b) Montrer que  $p^2 - q^2 = pq$

c) Etudier la parité de pq et  $p^2 - q^2$  si p et q sont tous les deux impairs . Conclure .

d) Etudier de même les cas où p pair et q impair puis p impair et q pair

e) Que peut-on déduire sur la nature de  $\Phi$  ?

**Exercice 2**

Calculer  $\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$

**Exercice 3**

1) Montrer que  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$  pour  $x > 0$

2) En déduire une écriture simplifiée de :  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{1994 \times 1995}$  puis de

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)}$$